BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakikat Matematika

1. Definisi Matematika

Matematika memainkan peranan yang sangat vital dalam kehidupan sehari-hari. Banyak hal di sekitar kita yang selalu berhubungan dengan matematika. Berbagai bentuk simbol, rumus, teorema, dalil, ketetapan, dan konsep digunakan untuk membantu perhitungan, pengukuran, penilaian, peramalan, dan sebagainya. Tidak heran bahwa negara yang mengabaikan pendidikan matematika sebagai prioritas utama akan tertinggal dari kemajuan segala bidang, dibanding negara lainnya yang memberikan tempat bagi matematika.

Para matematikawan untuk mendeskripsikan definisi matematika, belum pernah mencapai satu titik "puncak" kesepakatan yang "sempurna". Banyaknya definisi dan beragamnya deskripsi yang berbeda tentang matematika disebabkan karena masing-masing mendefinisikan matematika berdasarkan sudut pandang, kemampuan, pemahaman, dan pengalamannya masing-masing. Oleh sebab itu, matematika tidak akan pernah selesai untuk didiskusikan, dibahas, maupun diperdebatkan. Penjelasan mengenai apa dan bagaimana sebenarnya matematika itu akan terus mengalami perkembangan seiring dengan pengetahuan dan kebutuhan manusia serta laju perubahan zaman.

Istilah matematika berasal dari kata Yunani *"mathein"* atau *"manthenein"* yang artinya "mempelajari". Kata ini erat hubunganya dengan kata Sansekerta "medha" atau "widya" yang artinya *"intelegensi"*. Dalam buku landasan matematika, Andi Hakim Nasution tidak menggunakan istilah "ilmu pasti" dalam menyebut istilah ini. Kata "ilmu pasti" merupakan terjemahan dari Bahasa Belanda *"wishkunde"*. Kemungkinan besar bahwa kata *"wis"* ini ditafsirkan sebagai "pasti", karena dalam bahasa Belanda ada ungkapan *"wis an zeker"*.[17] *"zeker"* berarti pasti, tetapi *"wis"* disini lebih dekat artinya ke *"wis"* dari kata *"wisdom"* dan *"wissenscaft"*, yang erat hubungannya dengan *"widya"*. Oleh karena itu *"wiskunde"* sebenarnya harus diterjemahkan sebagai "ilmu tentang balajar" yang sesuai dengan arti *"mathein"* pada matematika. Penggunaan "ilmu pasti" pada matematika seakan membenarkan pendapat bahwa dalam matematika semua hal sudah pasti dan tidak dapat diubah lagi, padahal dalam matematika terdapat pokok pembahasan tentang hal yang tidak pasti seperti probabilitas. Demikianlah istilah metematika lebih tepat digunakan dari pada "ilmu pasti".[18]

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), matematika didefinisikan sebagai ilmu tentang bilangan, hubungan antara bilangan dan prosedur operasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan. Berdasarkan arti tersebut dapat disimpulkan bahwa matematika identik dengan kumpulan bilangan beserta operasi-operasi yang

[17] Moch. Masykur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence...*, hal. 42.
[18] Ibid..., hal. 43.

mengikutinya. Beberapa deskripsi matematika yang diuraikan para ahli sebagai berikut.

1) Matematika diartikan sebagai cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisasi secara sistematik.
2) Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi.
3) Matematika merupakan ilmu pengetahuan tentang penalaran yang logik dan masalah yang berhubungan dengan bilangan.
4) Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk.
5) Matematika adalah pengetahuan tentang struktur-struktur yang logik.
6) Matematika adalah pengetahuan tentang aturan-aturan yang ketat.[19]

Selain itu Sujono juga mengartikan matematika sebagai ilmu bantu dalam menginterpretasikan berbagai ide dan kesimpulan. Plato berpendapat bahwa matematika adalah identik dengan filsafat untuk ahli pikir, walaupun mereka mengatakan bahwa matematika harus dipelajari untuk keperluan lain. Objek matematika ada di dunia nyata, tetapi terpisah dari akal. Kemudian matematika ditingkatkan menjadi mental aktivitas dan mental abstrak pada objek-objek yang ada secara lahiriah, tetapi yang hanya mempunyai representasi yang bermakna.[20]

---

[19] R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia : Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*, (Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 1999), hal.11.

[20] Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat & Logika*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2012), hal. 21.

Menurut Hudojo matematika sebagai ilmu mengenai struktur dan hubungan-hubungannya dengan simbol-simbol yang diperlukan. Simbol-simbol ini sangat penting dalam membantu memanipulasi aturan-aturan yang beroperasi dalam struktur-struktur. Simbolisasi juga memberikan fasilitas komunikasi sehingga dapat memungkinkan untuk mendapat sejumlah informasi, dan dari informasi inilah dapat dibentuk konsep-konsep baru.[21]

Beberapa pengertian matematika menurut para ahli di atas dapat disimpulkan bahwa secara umum definisi matematika dapat dideskripsikan sebagai berikut:[22]

a. Matematika sebagai struktur yang terorganisasi

   Sedikit berbeda dengan ilmu pengetahuan yang lain, matematika merupakan suatu bangunan struktur yang terorganisasi. Sebagai sebuah struktur, ia terdiri atas beberapa komponen, yang meliputi aksioma/ postulat, pengertian pangkal/ primitif, dan dalil/ teorema (termasuk di dalamnya lemma (teorema pengantar/ kecil) dan *corolly*/ sifat).

b. Matematika sebagai alat (*tool*)

   Matematika juga sering dipandang sebagai alat dalam mencari solusi berbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari.

c. Matematika sebagai pola pikir deduktif

   Matematika merupakan pengetahuan yang memiliki pola pikir deduktif. Artinya, suatu teori atau pernyataan dalam matematika dapat diterima kebenarannya apabila telah dibuktikan secara deduktif (umum).

---

[21] Hamzah B. Uno dan Masri Kuadrat, *Mengelola Kecerdasan dalam Pembelajaran Sebuah Konsep Pembelajaran Berbasis Kecerdasan*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2010), hal. 109-110.

[22] Abdul Halim Fathani, *Matematika*..., hal. 23-24.

d. Matematika sebagai cara bernalar (*the way of thinking*)

Matematika dapat pula dipandang sebagai cara bernalar, paling tidak karena beberapa hal, seperti matematika memuat cara pembuktian yang sahih (valid), rumus-rumus atau aturan yang umum, atau sifat penalaran matematika yang sistematis.

e. Matematika sebagai bahasa artifisial

Simbol merupakan ciri yang paling menonjol dalam matematika. Bahasa matematika adalah bahasa simbol yang bersifat artifisial, yang baru memiliki arti bila dikenakan pada suatu konteks.

f. Matematika sebagai seni yang kreatif

Penalaran yang logis dan efisien serta perbendaharaan ide-ide dan pola-pola yang kreatif dan menakjubkan, maka matematika sering pula disebut sebagai seni, khususnya seni berpikir yang kreatif.

Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa matematika merupakan ilmu yang mengkaji tentang suatu hal abstrak dan berhubungan dengan bahasa simbol, dimana terdapat konsep-konsep yang saling berhubungan satu dengan lainnya serta dapat membantu aktivitas manusia dalam berbagai hal untuk memecahkan masalah. Definisi matematika di atas dapat dijadikan landasan untuk belajar dan mengajar dalam pembelajaran matematika. Sehingga diharapkan matematika tidak dianggap lagi menjadi momok yang menakutkan bagi siswa.[23] Tetapi matematika akan menjadi sesuatu yang

[23] Moch. Masykur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence*:..., hal. 44.

menyenangkan dan dapat dipelajari oleh siapa pun tidak terkecuali bagi siswa sendiri yang akan diaplikasikan dalam kehidupannya sehari-hari.

2. Karakteristik Matematika

Berdasarkan uraian di atas telah dikemukakan bahwa definisi matematika tidak tunggal. Oleh karena itu secara umum ada beberapa karakteristik matematika yang perlu diketahui, diantaranya sebagai berikut.[24]

1) Memiliki objek kajian abstrak

   Objek dasar dalam matematika yang dipelajari adalah abstrak, sering juga disebut objek mental. Objek-objek itu merupakan objek pikiran. Objek dasar itu meliputi (1) fakta, (2) konsep, (3) operasi ataupun relasi, dan (4) prinsip. Dari objek dasar tersebut dapat disusun suatu pola dan struktur matematika.

2) Bertumpu pada kesepakatan

   Kesepakatan dalam matematika merupakan tumpuan yang amat penting. Kesepakatan yang amat mendasar adalah aksioma dan konsep primitif. Aksioma diperlukan untuk menghindarkan berputar-putar dalam pembuktian, sedangkan konsep primitif diperlukan untuk menghindarkan berputar-putar dalam pendefinisian.

3) Berpola pikir deduktif

   Matematika sebagai “ilmu” hanya diterima pola pikir deduktif. Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran “yang berpangkal

[24] R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika*..., hal.13-18.

dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus".

4) Memiliki simbol yang kosong dari arti

Dalam matematika jelas terlihat banyak sekali simbol yang digunakan, baik berupa huruf ataupun bukan huruf. Rangkaian simbol-simbol dalam matematika dapat membentuk suatu model matematika. Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, bangun geometrik tertentu, dan sebagainya. Makna huruf dan tanda tersebut tergantung dari permasalahan yang mengakibatkan terbentuknya model.

5) Memperhatikan semesta pembicaraan

Sehubungan dengan kosongnya arti dari simbol-simbol dan tanda-tanda dalam matematika di atas, menunjukkan dengan jelas bahwa dalam menggunakan matematika diperlukan kejelasan dalam lingkup apa model itu dipakai. Lingkup pembicaraan itulah yang disebut dengan semesta pembicaraan.

6) Konsisten dalam sistemnya

Matematika mempunyai banyak sistem. Ada sistem yang mempunyai kaitan satu sama lain, tetapi juga ada sistem yang dapat dipandang terlepas satu sama lain.

B. Kemampuan Representasi Matematis

Tujuan pembelajaran matematika telah mengalami perubahan, tidak hanya menekankan pada peningkatan hasil belajar, tetapi juga diharapkan dapat meningkatakan berbagai kemampuan. *National Council of Teachers of*

Mathematics (NCTM) tahun 2000 dalam buku berjudul "*Principles and Standard for School Mathematics*" menyatakan bahwa ada lima kemampuan matematis yang harus dimiliki siswa yaitu:

a. belajar untuk berkomunikasi (*mathematical communication*)
b. belajar untuk bernalar (*mathematical reasoning*)
c. belajar untuk memecahkan masalah (*mathematicalproblem solving*)
d. belajar untuk mengaitkan ide-ide (*mathematical connection*)
e. belajar untuk mempresentasikan ide-ide (*mathematical representation*).[25]

Salah satu kemampuan matematika yang perlu dikuasai siswa adalah kemampuan representasi. Kemampuan representasi dalam pembelajaran matematika sangat diperlukan karena representasi merupakan cara yang digunakan siswa untuk mengungkapkan ide, gagasan, atau jawaban dari suatu permasalahan matematika.

Terdapat beberapa definisi yang dikemukakan para ahli berkenaan representasi, antara lain: Menurut Jones & Knuth representasi adalah model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi.[26] Kalathil dan Sherin lebih sederhana menyatakan bahwa segala sesuatu yang dibuat siswa untuk mengekspresikan dan memperlihatkan kerjanya disebut representasi. Dalam pengertian yang paling umum, menurut Goldin representasi adalah suatu konfigurasi yang bisa mempresentasikan sesuatu yang lain dalam

[25] Yunni Arnidha, "Peningkatan Kemampuan Representasi ..., hal. 129.
[26] Muhamad Sabirin, Representasi dalam Pembelajaran Matematika, *JPM IAIN Antasari* Volume 1 No. 2, Januari – Juni 2014, hal. 33.

beberapa cara.[27] Dalam psikologi matematika, representasi bermakna deskripsi hubungan antara objek dengan simbol.[28]

Kartini juga menyatakan bahwa representasi adalah ungkapan-ungkapan dari ide-ide matematika (masalah, pernyataan, definisi, dan lain-lain) yang digunakan untuk memperlihatkan (mengkomunikasikan) hasil kerjanya dengan cara tertentu (cara konvensional atau tidak konvensional) sebagai hasil interpretasi dari pikirannya.[29] Fadillah mengungkapkan bahwa representasi adalah ungkapan-ungkapan dari ide matematis yang ditampilkan siswa sebagai model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi dari masalah yang sedang dihadapinya sebagai hasil dari interpretasi pikirannya.

Representasi merupakan hal yang tidak bisa dipisahkan dalam pembelajaran matematika. Karena dalam menyelesaikan masalah matematis, diperlukan kemampuan membuat model matematika dan menafsirkan solusinya yang merupakan indikator representasi. Representasi merupakan suatu model atau bentuk yang digunakan untuk mewakili suatu situasi atau masalah agar dapat mempermudah pencarian solusi. Sejalan dengan hal tersebut, Berner menyatakan bahwa keberhasilan pemecahan masalah bergantung kepada kemampuan mempresentasikan masalah termasuk membuat dan menggunakan representasi matematis berupa kata-kata, grafik, tabel, dan persamaan, penyelesaian, dan

---

[27] Fatrima Santri Syafri, Kemampuan Representasi Matematis dan Kemampuan Pembuktian Matematika, *Jurnal Edumath* Volume 3 No. 1, Januari 2017, hal. 50.

[28] Kartini, *Peranan Representasi dalam Pembelajaran Matematika*, makalah disampaikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, 5 Desember 2009, ISBN 978-979-16353-3-2, hal. 362.

[29] Ibid..., hal 364-365.

manipulasi simbol. Dari kedua pernyataan tersebut tampak bahwa representasi merupakan alat untuk memecahkan masalah.

NCTM mengemukakan bahwa representasi merupakan translasi suatu masalah atau ide dalam bentuk baru, termasuk di dalamnya dari gambar atau model fisik ke dalam bentuk simbol, kata-kata atau kalimat. Representasi juga digunakan dalam mentranslasikan atau menganalisis suatu masalah verbal menjadi lebih jelas. Hal ini mengandung makna bahwa (1) representasi melibatkan penerjemahan masalah atau ide-ide dalam bentuk baru; (2) representasi juga termasuk pengubahan diagram atau model fisik ke dalam simbol-simbol atau kata-kata; dan (3) proses representasi dapat digunakan juga dalam menerjemahkan atau menganalisis suatu masalah sehingga lebih jelas maknanya.[30]

Menurut Pape & Tchoshanov ada empat gagasan yang digunakan dalam memahami konsep representasi, yaitu: (1) representasi dapat dipandang sebagai abstraksi internal dari ide-ide matematika atau skemata kognitif yang dibangun oleh siswa melalui pengalaman; (2) sebagai reproduksi mental dari keadaan mental yang sebelumnya; (3) sebagai sajian secara struktur melalui gambar, simbol ataupun lambang; (4) sebagai pengetahuan tentang sesuatu yang mewakili sesuatu yang lain. Representasi merupakan proses pengembangan mental yang sudah dimiliki seseorang, yang terungkap dan divisualisasikan dalam berbagai model matematika, yakni: verbal, gambar, benda konkret, tabel, model-model manipulatif atau kombinasi dari semuanya. Cai, Lane, dan Jacabcsin menyatakan

[30]Yunni Arnidha, “Peningkatan Kemampuan Representasi ...,hal. 130-131.

bahwa ragam representasi yang sering digunakan dalam mengkomunikasikan matematika antara lain: tabel, gambar, grafik, pernyataan matematika, teks tertulis, ataupun kombinasi semuanya.

Hiebert dan Carpenter mengemukakan bahwa pada dasarnya representasi dapat dibedakan dalam dua bentuk, yakni representasi internal dan representasi eksternal. Berpikir tentang ide matematika yang kemudian dikomunikasikan memerlukan representasi eksternal yang wujudnya antara lain: verbal, gambar dan benda konkret. Berpikir tentang ide matematika yang memungkinkan pikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut merupakan representasi internal.

Lesh Post dan Behr membagi lima jenis representasi yang digunakan dalam pendidikan matematika, meliputi representasi objek dunia nyata, representasi konkret, representasi simbol aritmetika, representasi bahasa lisan atau verbal dan representasi gambar atau grafik.[31]

Ada tiga cara representasi pengetahuan Brunner yaitu *enactive*, *iconic*, dan *symbolic*. Representasi *enactive* mencakup respon motorik, atau cara untuk memanipulasi lingkungan. Representasi *iconic* mengacu pada gambaran mental bebas tindakan. Anak-anak memperoleh kemampuan untuk memikirkan objek yang tidak hadir secara fisik. Mereka secara mental mengubah objek dan pikiran mengenai sifat-sifat mereka terpisah dari tindakan yang bisa dilakukan dengan objek tersebut. Representasi *iconic* dapat membuat kita mengenali objek.

[31] Muhamad Sabirin, "Representasi dalam Pembelajaran..., hal. 35.

Representasi simbolik menggunakan simbol (misalnya bahasa, angka matematika) untuk mengodekan pengetahuan.[32]

Jika diperhatikan lebih lanjut, pendapat Lesh Post dan Behr tentang kelima representasi merupakan perluasan dari teori Brunner, dimana representasi dunia nyata dan representasi konkret termasuk dalam kategori enaktif, representasi gambar dan grafik termasuk dalam kategori ikonik, dan representasi bahasa lisan atau verbal serta representasi simbol termasuk dalam kategori simbolik.[33]

Hudiono menyatakan bahwa "kemampuan representasi dapat mendukung siswa dalam memahami konsep-konsep matematika yang dipelajari dan keterkaitannya; untuk mengkomunikasikan ide-ide matematika siswa; untuk lebih mengenal keterkaitan (koneksi) diantara konsep-konsep matematika; ataupun menerapkan matematika pada permasalahan matematik realistik melalui pemodelan.

Berdasarkan uraian pendapat para ahli di atas yang dimaksud dengan representasi matematis adalah bentuk interpretasi pemikiran matematis seseorang terhadap suatu masalah yang digunakan sebagai alat bantu untuk menemukan solusi dari masalah yang dihadapinya. Penggunaan beragam representasi dalam pembelajaran matematika akan memperkaya pengalaman belajar siswa. Representasi disini tidak hanya terikat pada perubahan bentuk ke bentuk lainnya dalam satu cara saja, tetapi bisa menggunakan dua cara atau bahkan dalam multicara sekalipun. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwasannya fungsi kemampuan representasi matematis adalah sebagai berikut:

---

[32] Dale H. Schunk, *Teori- teori Pembelajaran: Perspektif Pendidikan*, (Yogyakarta: Pustaka Balajar, 2012), hal. 618-619.

[33] Fatrima Santri Syafri, "Kemampuan Representasi..., hal. 52.

a. meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa

b. membantu siswa dalam memahami berbagai konsep matematika

c. membantu siswa dalam memecahkan masalah matematika

d. menjadikan gagasan menjadi lebih sederhana dan konkret.

Mudzakkir dalam penelitiannya mengelompokkan representasi matematis ke dalam tiga bentuk, yaitu representasi visual, persamaan atau ekspresi matematis, dan kata-kata atau teks tertulis. Seseorang dikatakan memiliki kemampuan representasi matematis yang baik apabila memenuhi kriteria ketiga indikator tersebut. Adapun indikator kemampuan representasi matematis dapat dilihat pada tabel sebagai berikut.[34]

Tabel 2.1 Indikator Representasi Matematis

No.	Aspek	Bentuk-bentuk Operasional (indikator)
1.	Representasi Visual: a. Diagram, grafik, atau tabel	• Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik, atau tabel. • Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah.
	b. Gambar	• Membuat gambar pola-pola geometri • Membuat gambar bangun geometri untuk memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaian.
2.	Representasi simbolik: Persamaan atau ekspresi matematis	• Membuat persamaan atau model matematis dari representasi lain yang diberikan. • Membuat konjektur dari suatu pola bilangan • Penyelesaian masalah dengan melibatkan ekspresi matematis.
3.	Representasi verbal: Kata-kata atau teks tertulis	• Membuat situasi masalah berdasarkan data atau representasi yang diberikan. • Menulis interpretasi dari suatu

[34] Muthmainnah, *Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Siswa Melalui Pendekatan Pembelajaran Methaporical Thinking*, (Jakarta: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2014), hal. 11-12.

No.	Aspek	Bentuk-bentuk Operasional (indikator)
		representasi. • Menulis langkah-langkah penyelesaian masalah matematis dengan kata-kata. • Menyusun cerita yang sesuai dengan suatu representasi yang disajikan. • Menjawab soal dengan menggunakan kata-kata atau teks tulis.

C. Pendidikan Matematika Realistik

Menurut Zainurie, "Matematika realistik adalah pembelajaran matematika sekolah yang dilaksanakan dengan menempatkan realitas dan pengalaman siswa sebagai titik awal pembelajaran". Permasalahan realistik digunakan sebagai sumber munculnya konsep-konsep matematika atau pengetahuan matematika formal yang dapat mendorong aktivitas penyelesaian masalah, mencari masalah, dan mengorganisasi pokok persoalan.[35]

Pembelajaran matematika realistik pada dasarnya adalah pemanfaatan realitas dan lingkungan yang dipahami peserta didik untuk memperlancar proses pembelajaran matematika, sehingga mencapai tujuan pendidikan matematika secara lebih baik dari pada yang lalu. Yang dimaksud dengan realita yaitu hal-hal nyata atau konkret yang dapat diamati atau dipahami peserta didik lewat membayangkan, sedangkan yang dimaksud dengan lingkungan adalah lingkungan tempat peserta didik berada baik lingkungan sekolah, keluarga maupun

[35] Karunia Eka Lestari & Mokhammad Ridwan Yudhanegara, *PENELITIAN PENDIDIKAN MATEMATIKA*...., hal. 40.

masyarakat yang dapat dipahami peserta didik. Lingkungan dalam hal ini disebut juga kehidupan sehari-hari. Menurut Treffers karakteristik RME[36]:

a. **Menggunakan konteks dunia nyata**, yang menjembatani konsep-konsep matematika dengan pengalaman anak sehari-hari
b. **Menggunakan model-model (matematisasi)**, artinya siswa membuat model sendiri dalam menyelesaikan masalah.
c. **Menggunakan produksi dan konstruksi, d**engan pembuatan produksi bebas siswa terdorong untuk melakukan refleksi pada bagian yang merekaanggap penting dalam proses belajar. Strategi-strategi informal siswa yang berupa prosedur pemecahan masalah kontekstual merupakan sumber inspirasi dalam mengkonstruksi pengetahuan matematika formal.
d. **Menggunakan interaksi**, secara eksplisit bentuk-bentuk interaksi yang berupa negosiasi, penjelasan, pembenaran, setuju, tidak setuju, pertanyaan atau refleksi digunakan untuk mencapai bentuk formal dari bentuk-bentuk informal siswa.
e. **Menggunakan keterkaitan (***intertwinment***),** dalam mengaplikasikan matematika, biasanya diperlukan pengetahuan yang lebih kompleks, dan tidak hanya aritmetika, aljabar, atau geometri tetapi juga bidang lain.

Karena matematika realistik menggunakan masalah realistik sebagai pangkal tolak pembelajaran maka situasi masalah perlu diusahakan benar-benar kontekstual atau sesuai dengan pengalaman siswa, sehingga siswa dapat memecahkan masalah dengan cara-cara informal. Cara-cara informal yang

[36] Evi Soviawati, *"*Pendekatan Matematika Realistik untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Siswa di Tingkat SD*"*, No. 2, Agustus 2011, hal.82

ditunjukkan oleh siswa digunakan sebagai inspirasi pembentukan konsep matematika. Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa matematika realistik adalah masalah matematika yang dikaitkan dengan realita dan pengalaman siswa dalam kehidupannya sehari-hari sehingga mereka akan lebih mudah membangun dan menyimpulkan sendiri pengetahuan matematika melalui permasalahan realita yang ada.

D. Pemecahan Masalah

Montague mengungkapkan bahwa pada dasarnya pemecahan masalah mempunyai dua langkah, yaitu representasi masalah dan menyelesaikan masalah. Pemecahan masalah yang sukses tidak mungkin tanpa representasi masalah yang sesuai. Representasi masalah yang sesuai adalah dasar untuk memahami masalah dan membuat suatu rencana untuk memecahkan masalah. Siswa yang memiliki kesulitan dalam mempresentasikan masalah matematika maka akan memiliki kesulitan dalam memecahkan masalah. Selain itu, Brenner mengatakan bahwa pemecahan masalah yang sukses bergantung kepada keterampilan mempresentasikan masalah seperti mengkonstruksi dan menggunakan representasi matematis di dalam kata-kata, grafik, tabel, dan persamaan-persamaan, penyelesaian dan manipulasi simbol.

Menurut Krulik dan Rudnick, pemecahan masalah adalah sarana seorang individu yang menggunakan pengetahuan yang diperoleh sebelumnya, kemampuan, dan pemahaman untuk menyelesaikan masalah. Santrock juga menyatakan bahwa pemecahan masalah adalah mencari cara yang tepat untuk mencapai tujuan yang tepat. Hudoyo mengemukakan bahwa penyelesaian masalah

dapat diartikan sebagai penggunaan matematika baik untuk matematika itu sendiri maupun aplikasi matematika dalam kehidupan sehari-hari dan ilmu pengetahuan yang lain secara kreatif untuk menyelesaikan masalah-masalah yang kita ketahui penyelesaiannya ataupun masalah-masalah yang belum kita kenal.[37]

Menurut Nasution pemecahan masalah adalah suatu proses dimana pelajar menemukan kombinasi aturan-aturan yang telah dipelajarinya terlebih dahulu yang digunakan untuk menyelesaikan masalah. Polya menyatakan bahwa pemecahan masalah merupakan suatu tingkat aktivitas intelektual yang tinggi. Pemecahan masalah adalah suatu aktivitas intlektual untuk mencari penyelesaian masalah yang dihadapi dengan menggunakan bekal pengetahuan yang sudah dimiliki. Dari beberapa pendapat para ahli dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah adalah usaha seseorang dengan menggunakan kemampuan dan pengetahuan yang dimilikinya untuk mencari solusi terhadap sebuah masalah yang dilakukan dengan mencari sumber dari masalah tersebut dan disertai niat untuk menyelesaikannya.

E. Konsep Representasi Matematis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Realistik

Pembelajaran matematika memerlukan suatu komunikasi antara guru dan siswa, maupun antara siswa dan siswa lainnya. Hal ini membuktikan bahwa komunikasi merupakan suatu bentuk ungkapan gagasan yang dimiliki setiap orang, dimana dalam penyampaiannya memerlukan suatu cara. Cara tersebut

[37] Hanny Fitriana, *Pengaruh Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika* Siswa, (Jakarta: Skripsi Tidak diterbitkan, 2010), hal. 31-32.

diperlukan dengan tujuan untuk memudahkan orang lain memahami apa yang kita sampaikan. Cara pengungkapan kembali permasalahan dari suatu bentuk ke bentuk lainnya dinamakan representasi. Pengajaran yang melibatkan representasi dapat memicu guru dalam meningkatkan kemampuan mengajar karena berbagai macam representasi yang dibuat siswa memberi kesempatan kepada guru untuk mengetahui dan mengakses bagaimana siswa berpikir tentang matematika.

Kemampuan representasi merupakan salah satu kemampuan yang penting untuk dikembangkan dan harus dimiliki oleh siswa karena kemampuan representasi berpusat dari studi matematika sehingga siswa dapat membangun dan memperdalam konsep, berpikir matematis serta hubungannya dengan membuat, membandingkan, dan menggunakan representasi yang bermacam-macam. Selain itu cara guru dalam menyajikan ide-ide matematika melalui berbagai representasi akan memberikan pengaruh yang besar terhadap pemahaman siswa ketika mempelajari matematika, siswa membutuhkan latihan dalam membangun representasinya sendiri sehingga memiliki kemampuan dan pemahaman konsep yang kuat dan fleksibel untuk memecahkan masalah. Dalam Al Qur’an surat Ar Ra’d ayat 11 Allah SWT berfirman:

لَهُ مُعَقِّبَتٌ مِّن بَيْنِ يَدَيْهِ وَمِنْ خَلْفِهِ يَحْفَظُونَهُ مِنْ أَمْرِ اللهِ ۗإِنَّ اللهَ لَايُغَيِّرُ مَابِقَوْمٍ حَتَّى

يُغَيِّرُوا مَابِأَنْفُسِهِمْ ۗ وَإِذَآ أَرَادَ اللهُ بِقَوْمٍ سُوءًا فَلَا مَرَدَّ لَهُ ۚ وَمَا لَهُمْ مِّنْ دُوْنِهِ مِنْ وَّالٍ (١١)

Artinya:

“baginya (manusia) ada malaikat-malaikat yang selalu menjaganya bergiliran, dari depan dan belakangnya. Mereka menjaganya atas perintah Allah. Sesungguhnya Allah tidak akan mengubah keadaan suatu kaum sebelum mereka mengubah

keadaan diri mereka sendiri. Dan apabila Allah menghendaki keburukan terhadap suatu kaum, maka tak ada yang dapat menolaknya dan tidak ada pelindung bagi mereka selain Dia." (QS. Ar Ra'd:11)[38]

Ayat di atas menunjukkan bahwa Allah SWT lebih menyukai manusia yang mau berusaha mengubah keadaannya, yaitu dengan menggunakan akal pikirannya maka akan menentukan maju tidaknya peradaban manusia itu sendiri. Orang yang melakukan kegiatan matematis seperti mempresentasikan ide atau pemikirannya terhadap sesuatu hal pasti diperlukan yang namanya daya pikir. Belajar harus menggunakan daya pikir untuk mengambil keputusan. Hal ini sesuai dengan pengertian representasi matematis yang perlu ditanamkan pada siswa agar mereka mampu mengungkapkan ide, gagasan matematisnya untuk menjawab suatu permasalahan. Sehingga menambah pemahaman siswa dan mereka mampu menemukan suatu hal baru dari hasil pemikiran mereka sendiri.

Pendapat Vegnaud yang dikutip dalam skripsi karya Muthmainnah menyatakan, bahwa:[39]

> Representasi merupakan elemen yang sangat penting dalam teori pengajaran dan pembelajaran matematika, tidak hanya karena penggunaan dari sistem-sistem simbolik yang sangat penting dalam matematik, sintaks dan semantik yang kaya, bervariasi, dan universal, tetapi juga untuk dua alasan epistimologi yang kuat: (a) matematika memainkan bagian yang esensial dalam mengkonseptualisasikan dunia nyata; (b) matematika memberikan

---

[38] Quraish Shihab,*Tafsir Al-Mishbah*, (Jakarta: Lentera Hati, 2002), hal. 565.

[39] Muthmainnah, "*Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Siswa melalui Pendekatan Pembelajaran Metaphorical Thingking*", ..., hal. 26.

kegunaan yang sangat luas dari homomorpisma dimana reduksi struktur satu sama lain merupakan hal yang esensial.

Representasi merupakan hal yang tidak dapat dipisahkan dalam pembelajaran matematika, karena representasi memegang peranan penting mengenai dunia nyata. Sedangkan RME merupakan salah satu pendekatan yang mengutamakan pembelajaran dari dunia nyata atau kehidupan sehari-hari siswa. RME digunakan untuk membangun kembali ide dan konsep matematika melalui berbagai situasi dan persoalan realistik. Maksud dari realistik disini tidak hanya terpusat pada dunia nyata saja melainkan dengan berbagai masalah yang dapat siswa bayangkan.

Penerapan representasi dengan menggunakan permasalahan konkret dapat membantu proses berpikir matematis siswa. Permasalahan realistik diberikan dengan tujuan agar memudahkan siswa belajar matematika yang bermula dari dunia nyata menuju dunia simbol, dilanjutkan dengan penemuan dan pembentukan konsep matematika hasil pemikiran mereka sendiri yang kemudian diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Firman Allah dalam Q.S Al-‘Ankabut ayat 19-20 yang berbunyi.[40]

أَوَلَمْ يَرَوْا كَيْفَ يُبْدِئُ اللهُ الْخَلْقَ ثُمَّ يُعِيْدُهُۥٓ إِنَّ ذَلِكَ عَلَى اللهِ يَسِيْرٌ (١٩) قُلْ سِيْرُوا فِى الْأَرْضِ فَانْظُرُوا كَيْفَ بَدَأَ الْخَلْقَ ثُمَّ اللهُ يُنْشِئُ النَّشْأَةَ الْأَخِرَةَ إِنَّ اللهَ عَلَى كُلِّ شَيْءٍ قَدِيْرٌ(٢٠)

[40] Kementerian Agama RI, *Al Qur’an dan Tafsir*, (Jakarta: Lentera Abadi, 2010), hal. 379-381.

Artinya:

19. Dan Apakah mereka tidak memperhatikan bagaimana Allah memulai penciptaan (makhluk), kemudian Dia mengulanginya (kembali). Sungguh yang demikian itu mudah bagi Allah. 20. Katakanlah: “Berjalanlah di bumi, maka perhatikanlah bagaimana (Allah) memulai penciptaan (makhluk) kemudian Allah menjadikan kejadian yang akhir. Sungguh Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu. (QS. Al-‘Ankabut:19-20)

Ayat di atas menjelaskan bahwasannya Allah memerintahkan kepada kaum muslim untuk melakukan perjalanan agar mereka memperoleh banyak pelajaran berharga baik melalui ciptaan Allah yang beraneka ragam, maupun peninggalan jaman dahulu yang masih tersisa. Hal ini sejalan dengan permasalahan realistik yang mengutamakan dunia nyata untuk diamati sebagai bentuk pembelajaran yang mengarahkan siswa berpikir matematis.

Banyak ayat-ayat dalam Al Qur’an yang membicarakan tentang permasalahan kehidupan sehari-hari sehingga dapat diaplikasikan ke bentuk matematis. Salah satunya yaitu dalam Al Qur’an surat Al A’raaf ayat 142 Allah SWT berfirman:

وَوَاعَدْ نَامُوسَى ‘ ثَلَثِينَ لَيْلَةً وَأَتْمَمْنَهَا بِعَشْرٍفَتَمَّ مِيقَتَ رَبِّهِ أَرْبَعِيْنَ لَيْلَةً وَقَالَ مُوْسَى لِأَخِيهِ هَرُونَ اخْلُفْنِى فِى قَومِى وَأَصْلِحْ وَلَاتَتَّبِعْ سَبِيْلَ الْمُفْسِدِينَ(١٤٢)

Artinya:

“Dan telah Kami janjikan kepada Musa (memberikan Taurat) sesudah berlalu waktu tiga puluh malam, dan Kami sempurnakan jumlah malam itu

dengan sepuluh (malam lagi), maka sempurnalah waktu yang telah ditentukan Tuhannya empat puluh malam."(QS. Al A'raaf: 142)[41]

Ayat tersebut menjelaskan tentang operasi bilangan dengan satuan sama yang diambil dari masalah kehidupan sehari-hari dimana nampak bahwa 30 satuannya adalah malam dan 10 juga dalam satuan malam. Dengan demikian penjumlahan 30 dan 10 dapat dilakukan sehingga menghasilkan 40 karena kedua bilangan memiliki satuan yang sama. Hal ini membuktikan bahwa masalah realistik sudah banyak dijelaskan dalam Al Qur'an.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa representasi matematis memiliki hubungan yang kuat dengan pendidikan matematika realistik. Oleh karena itu siswa dilatih menyelesaikan masalah realistik untuk memperbaiki kemampuan representasi matematisnya.

F. Aritmetika Sosial

Aritmetika merupakan bagian dari matematika yang disebut ilmu hitung. Kata "sosial" dapat diartikan sebagai hal-hal yang berkenaan dengan masyarakat. Jadi, aritmetika sosial dapat diartikan sebagai bagian dari matematika yang membahas mengenai perhitungan yang digunakan masyarakat dalam kehidupan sehari-hari. Materi ini membahas mengenai penggunaan konsep aljabar dalam memecahkan masalah aritmetika sosial, misalnya nilai keseluruhan, nilai per unit, nilai sebagian, laba, rugi, rabat, dan bunga tunggal.

Nilai keseluruhan adalah nilai yang harus dibayarkan seluruhnya oleh pembeli kepada penjual. Nilai sebagian merupakan nilai yang harus dibayarkan

[41] Mahmud Yunus, *Tafsir Qur'an Karim*, (Jakarta: Hidakarya Agung, 2004), hal. 232.

sebagian oleh pembeli kepada penjual. Nilai perunit merupakan nilai yang harus dibayarkan.

nilai keseluruhan = banyak unit x nilai per unit

nilai sebagian = banyak sebagian unit x nilai per unit

$$nilai\ per\ unit = \frac{nilai\ keseluruhan}{banyak\ unit}$$

Harga beli merupakan harga barang dari pabrik, grosir, toko, dan tempat lainnya. Harga biasa disebut sebagai modal. Harga jual merupakan harga yang ditetapkan oleh penjual kepada pembeli. Untung atau laba adalah selisih antara harga pembelian dengan harga penjualan. Keuntungan dapat diperoleh apabila harga penjualan lebih tinggi dari harga pembelian. Rugi merupakan selisih antara harga penjualan dengan harga pembelian. Kerugian dapat diperoleh apabila harga penjualan kurang dari harga pembelian.

laba = harga penjualan – harga pembelian

rugi = harga pembelian – harga penjualan

$$presentase\ untung = \frac{untung}{harga\ pembelian}\ x\ 100\%$$

$$presentase\ rugi = \frac{rugi}{harga\ pembelian}\ x\ 100\%$$

Rabat artinya potongan harga atau lebih dikenal dengan istilah diskon. Rabat biasanya diberikan kepada pembeli dari suatu grosir atau toko tertentu. Harga kotor adalah harga barang sebelum dipotong diskon. Harga bersih adalah

harga barang setelah dipotong diskon. Bruto adalah berat kotor dan neto adalah berat bersih sedangkan tara adalah selisih antara bruto dan neto.

Harga bersih = harga kotor – rabat (diskon)
Bruto = neto + tara
Neto = bruto – tara
Tara = bruto – neto
Harga bersih = neto x harga per satuan

Ada 2 jenis tabungan yaitu bunga tunggal dan bunga majemuk. Bunga tunggal merupakan bunga yang dihitung hanya berdasarkan modal saja. Bunga majemuk merupakan bunga yang dihitung berdasarkan modal dan bunga.[42]

G. Penelitian Terdahulu

Hasil penelitian terdahulu merupakan hasil penelitian yang sudah teruji kebenarannya yang dalam penelitian ini dapat dipergunakan sebagai acuan atau pembanding. Adapun perbedaan dan persamaan penelitian terdahulu dengan penelitian ini adalah sebagai berikut.

[42] Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya untuk Kelas VII SMP dan MTs*, (Jakarta:Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008), hal.136-145.

Tabel 2.2 Persamaan atau Perbedaan Penelitian

Persamaan atau perbedaan penelitian	**Penelitian 1**	**Penelitian 2**	**Penelitian 3**	**Penelitian 4**
Peneliti	Catharina Mara Apriani	Devi Aryanti	Arif Aditya	Yasinta Qur'ana
Judul	Anilisis Representasi Matematis Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Kontekstual	Kemampuan Representasi Matematis Menurut Tingkat Kemampuan Siswa Pada Materi Segi Empat di SMPN 03 Semparuk	Pendekatan *Realistik Mathematics Education* untuk Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Siswa Kelas VIII SMPIT Ruhana Depok	Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Realistik
Tujuan penelitian	Mengetahui macam-macam representasi matematis siswa dan faktor-faktor yang mempengaruhi siswa dalam menentukan representasi matematis yang digunakan untuk menyelesaikan masalah kontekstual	Mengetahui kemampuan dan kecenderungan representasi matematis menurut tingkat kemampuan m siswa dalam menyelesaikan soal cerita	Menganalisis penerapan pendekatan *RME* dalam meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa, aktifitas belajar siswa, dan respon siswa terhadap pendekatan pembelajaran *RME*	Mengetahui kemampuan representasi matematis siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah dalam menyelesaikan masalah matematika realistik
Materi yang digunakan dalam penelitian	SPLDV, bangun datar, dan peluang	Segi empat	PLDV dan SPLDV	Aritmetika sosial
Jenis penelitian	Deskriptif kualitatif	Deskriptif kualitatif	Penelitian Tindakan Kelas (PTK)	Deskriptif Kualitatif
Subjek penelitian	Pengambilan data diperoleh dari S	Kelas VIII C SMPN 03 Semparuk	Kelas VIII SMPIT Ruhama Depok	Kelas VII MTsN 1 Tulungagung

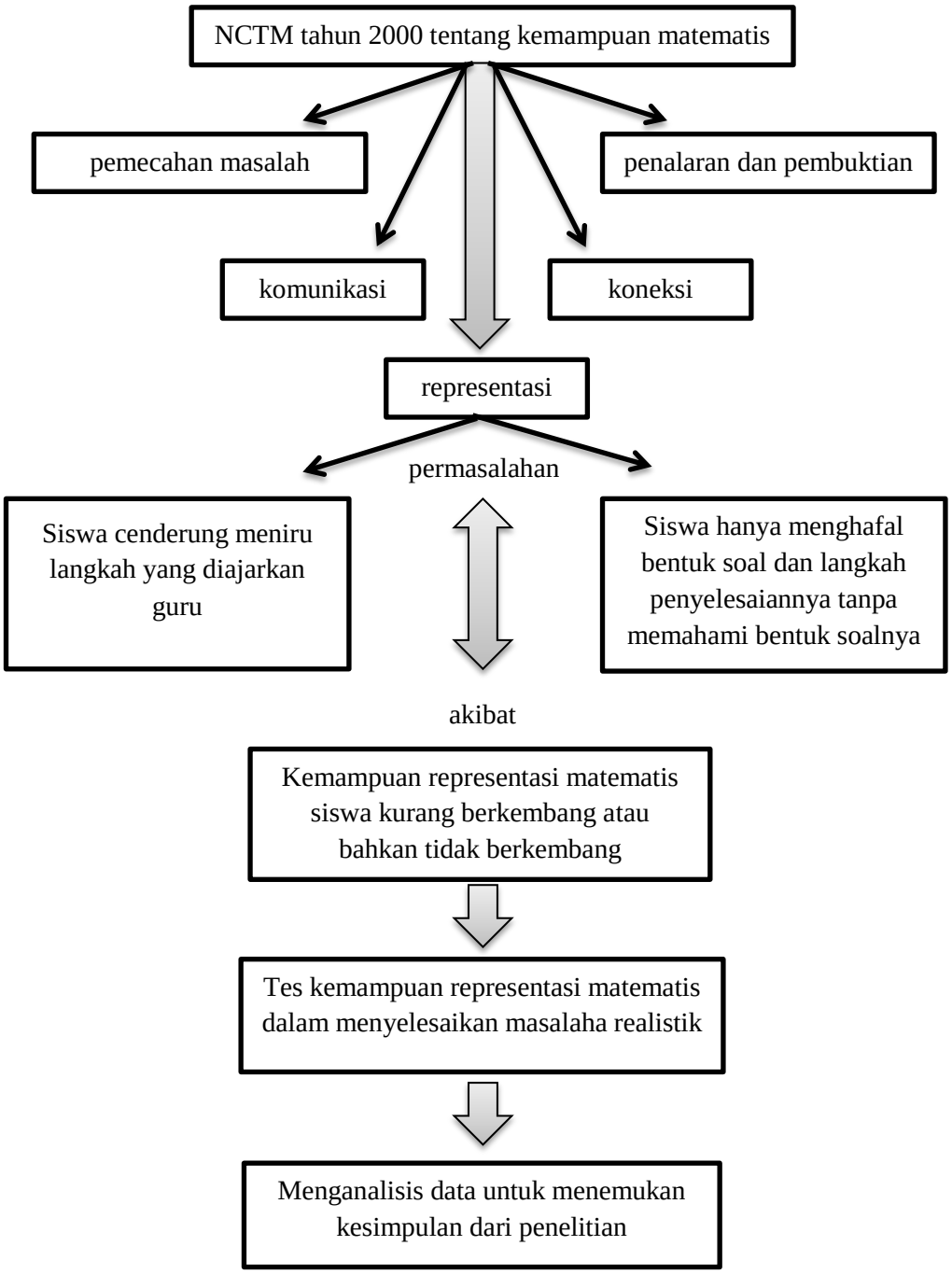
H. Paradigma Penelitian

NCTM tahun 2000 menyatakan ada 5 kemampuan matematis yang harus dimiliki siswa yaitu : (1) pemecahan masalah; (2) penalaran dan pembuktian; (3) koneksi; (4) komunikasi; (5) representasi. Kemampuan yang sekarang masih jarang diteliti adalah kemampuan representasi matematis siswa. Dalam pemecahan masalah diperlukan pemahaman materi dan kemampuan representasi matematis yang baik oleh siswa. Penerapan representasi, akan membuat siswa menghadapi masalah yang awalnya terlihat sulit dan rumit menjadi lebih mudah dan sederhana, sehingga masalah yang disajikan mampu dipecahkan dengan mudah.

Kemampuan matematis siswa khususnya siswa menengah pertama masih rendah. Hal ini disebabkan karena beberapa faktor antara lain, siswa cenderung meniru langkah yang diajarkan guru, siswa hanya menghafal bentuk soal dan langkah penyelesaiannya tanpa memahami bentuk soal yang diberikan, cara guru dalam menyampaikan materi yang kurang tepat, atau salah satunya yaitu faktor kurang terlatihnya siswa untuk mengahadapi permasalahan dunia nyata. Oleh karena itu dalam penelitian ini masalah difokuskan untuk mendeskripsikan kemampuan representasi matematis siswa dengan memberikan tes tentang masalah matematika yang dikaitkan dengan matematika realistik. Kemudian diperkuat dengan mewawancarai perwakilan beberapa siswa yang bersangkutan untuk mengetahui kemampuan representasi matematisnya.

Hal ini dikarenakan masalah realistik mampu membawa matematika ke dalam kehidupan sehari-hari sehingga wawasan siswa semakin luas. Dengan

adanya penelitian ini diharapkan mampu memberikan manfaat untuk mengembangkan kemampuan representasi siswa dalam pembelajaran matematika dengan mengkaitkan masalah matematika realistik.



Bagan 2.1 Paradigma Penelitian