

## **BAB II**

### **KAJIAN PUSTAKA**

#### **A. Penalaran**

##### 1. Pengertian Penalaran

Penalaran adalah proses dari budi manusia yang berusaha tiba pada suatu keterangan baru dari sesuatu atau beberapa keterangan lain yang telah diketahui dan keterangan yang baru itu mestilah merupakan urutan kelanjutan dari sesuatu atau beberapa keterangan yang semula itu.<sup>22</sup>

Penalaran merupakan suatu proses berpikir yang membuahkan pengetahuan. Agar pengetahuan yang dihasilkan penalaran itu mempunyai dasar kebenaran maka proses berpikir itu harus dilakukan dengan suatu cara tertentu. Suatu penarikan kesimpulan baru dianggap sah (*valid*) kalau proses penarikan kesimpulan tersebut dilakukan menurut cara tertentu tersebut. Cara penarikan kesimpulan ini disebut logika. Dimana logika secara luas dapat didefinisikan sebagai “pengkajian untuk berpikir secara sah”.<sup>23</sup>

Penalaran merupakan suatu rangkaian proses untuk mencari keterangan dasar yang merupakan kelanjutan dari keterangan lain yang diketahui lebih dulu. Keterangan baru inilah yang dimaksud dengan kesimpulan. Bila keterangan yang diketahui lebih dulu itu benar dan mendukung penalaran

---

<sup>22</sup> Suhartoyo Hardjosatoto dan Endang Daruni Asdi, *Pengantar Logika Modern Jilid I*, (Yogyakarta: Fakultas Filsafat Universitas Gadjah Mada.1979), hal.10

<sup>23</sup> Jujun S. Suriasumantri, *Filsafat Ilmu Sebuah Pengantar Populer*, (Jakarta: Pustaka Sinar Harapan, 2000), hal. 46

menjadi kesimpulan maka kesimpulan ini harus diakui sebagai hal yang benar.<sup>24</sup> Kalau orang mengadakan penalaran, maksudnya ialah untuk menemukan kebenaran. Untuk mencapai maksud itu, penalaran bertolak dari pengetahuan yang sudah dimiliki.<sup>25</sup>

Pendapat lain mengatakan bahwa penalaran adalah proses dimana orang menyimpulkan sebuah proposisi baru yang sebelumnya belum diketahui.<sup>26</sup> Dalam penalaran proposisi-proposisi yang menjadi dasar penyimpulan disebut antesedens atau premis, sedangkan kesimpulannya disebut konklusi dan sering juga disebut konsekuensi. Diantara premis dan konklusi ada hubungan tertentu. Hubungan itu disebut konsekuensi.

Penalaran yang konklusinya lebih luas daripada premisnya disebut penalaran induktif atau induksi. Di samping induksi ada penalaran deduktif atau deduksi. Pada penalaran deduksi ini konklusinya tidak lebih luas dari premisnya.

## 2. Jenis Penalaran

### a) Penalaran Induktif

Penalaran induktif yaitu penalaran dari sejumlah hal khusus sampai pada suatu kesimpulan umum yang bersifat kemungkinan. Kesimpulan yang bersifat kemungkinan ini diperoleh dengan penalaran yang didasarkan pada

---

<sup>24</sup> Cholid Narbuko dan Abu Achmadi, *Metodologi Penelitian*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2009), hal. 17

<sup>25</sup> R.G. Soekadijo, *Logika Dasar tradisional, simbolik, dan induktif*, (Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 1991), hal. 7

<sup>26</sup> R. G. Soekadijo, *LOGIKA DASAR Tradisional, . . .*, hal. 6

pengamatan terhadap sejumlah kecil masalah sampai pada suatu kesimpulan yang diharapkan berlaku secara umum.<sup>27</sup>

Berpikir induktif adalah berpikir menggunakan kejadian atau pengalaman yang sering dijumpai, disimpulkan menjadi kebenaran secara umum. Penalaran induktif berawal dari hal-hal yang khusus menuju ke umum. Penalaran induktif secara matematis tidak selalu benar, untuk mendapatkan kebenaran perlu pembuktian secara deduktif.<sup>28</sup>

Pernyataan atau kesimpulan yang didapat dari penalaran induktif bisa bernilai benar atau salah. Karenanya, di dalam matematika kesimpulan yang didapat dari proses penalaran induktif masih disebut dengan dugaan (*conjecture*). Kesimpulan tersebut boleh jadi valid pada contoh yang diperiksa, tetapi tidak dapat diterapkan pada keseluruhan contoh. Dengan demikian melalui penalaran induktif dapat dihasilkan suatu kesimpulan yang benar berkenaan dengan contoh khusus yang dipelajari, tetapi kesimpulan tersebut tidak terjamin untuk generalisasi.

#### b) Penalaran Deduktif

Berlawanan dengan pemikiran induktif adalah berpikir deduktif. Dalam matematika sering terjadi bahwa aturan-aturan dicoba dibuktikan kebenarannya sebelum ditetapkan sebagai aturan umum. Setelah terbukti kebenarannya barulah aturan tersebut dinyatakan sah dan dapat diterapkan pada persoalan-persoalan yang istimewa sekalipun. Cara berpikir dengan cara tersebut

---

<sup>27</sup> Cholid Narbuko dan Abu Achmadi, *Metodologi Penelitian...*, hal. 19

<sup>28</sup> Endang Setyo Winarni dan Sri Harmini, *Matematika Untuk PGSD*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2012), hal. 4

adalah cara berpikir yang mengakui kebenaran secara umum berlaku pada hal-hal khusus.<sup>29</sup>

Penalaran deduktif yaitu penalaran yang menurunkan pernyataan-pernyataan semula menjadi suatu kesimpulan yang pasti ada. Penalaran deduktif adalah proses berpikir untuk menarik kesimpulan tentang hal khusus yang berpijak pada hal umum atau yang sebelumnya telah dibuktikan (diasumsikan) kebenarannya. Jadi proses pembuktian secara deduktif akan melibatkan teori atau rumus matematika lainnya yang sebelumnya sudah dibuktikan kebenarannya secara deduktif juga. Penalaran deduktif berpangkal dari umum ke khusus.<sup>30</sup>

### 3. Prinsip-Prinsip Penalaran

Prinsip-prinsip penalaran ada empat macam yang terdiri atas tiga prinsip dari Aristoteles dan satu prinsip dari George Leibniz. Prinsip penalaran dari Aristoteles adalah sebagai berikut :

#### a. Prinsip Identitas

Prinsip ini dalam istilah Latin adalah *principium identitatis*. Prinsip identitas berbunyi: “sesuatu hal adalah sama dengan halnya sendiri”. Dengan kata lain, “sesuatu yang disebut p maka sama dengan p yang dinyatakan itu sendiri bukan yang lain”.

---

<sup>29</sup> Ibid.,

b. Prinsip Kontradiksi (*principium contradictionis*)

Prinsip kontradiksi berbunyi: “sesuatu tidak dapat sekaligus merupakan hal itu dan bukan hal itu pada waktu yang bersamaan”, atau “sesuatu pernyataan tidak mungkin mempunyai nilai benar dan tidak benar pada saat yang sama”. Dengan kata lain, “sesuatu tidaklah mungkin secara bersamaan merupakan p dan non p”.

c. Prinsip eksklusi tertii (*principium exclusi tertii*)

Prinsip eksklusi tertii, yakni prinsip penyisihan jalan tengah atau prinsip tidak adanya kemungkinann ketiga. Prinsip eksklusi tertii berbunyi: “sesuatu jika dinyatakan sebagai hal tertentu atau bukan hal tertentu maka tidak ada kemungkinan ketiga yang merupakan jalan tengah”. Dengan kata lain, “sesuatu x mestilah p atau non p tidak ada kemungkinan ketiga”. Arti dari prinsip ini adalah bahwa dua sifat yang berlawanan penuh (secara mutlak) tidak mungkin kedua-duanya dimiliki oleh suatu benda, mestilah hanya salah satu yang dapat dimilikinya, sifat p atau non p.<sup>31</sup>

Disamping tiga prinsip yang dikemukakan oleh Aristoteles diatas, seorang filsuf Jerman Leibniz menambah satu prinsip yang merupakan pelengkap atau tambahan bagi prinsi identitas, yaitu prinsip cukup alasan.<sup>32</sup>

d. Prinsip cukup alasan (*principium rationis sufficientis*)

Prinsip cukup alasan berbunyi: “suatu perubahan yang terjadi pada sesuatu hal tertentu haruslah berdasarkan alasan yang cukup, tidak mungkin tiba-tiba berubah tanpa sebab-sebab yang mencukupi”. Dengan kata lain,

---

<sup>30</sup> Ibid.,

“adanya sesuatu itu mestilah mempunyai alasan yang cukup, demikian pula jika ada perubahan pada keadaan sesuatu.”.

#### 4. Ciri-Ciri Penalaran

Sebagai suatu kegiatan berpikir selaras, penalaran mempunyai ciri-ciri sebagai berikut:<sup>33</sup>

- a. Adanya proses berfikir logis, selaras, sehingga menghasilkan kesimpulan yang tepat dan valid.
- b. Adanya proses kegiatan berpikir secara analisis, sehingga menimbulkan kesimpulan yang tepat dan valid.

#### 5. Dasar – Dasar Penalaran

Dasar penalaran yang kedudukannya sebagai bagian langsung dari bentuk penalaran adalah pernyataan, karena pernyataan inilah yang digunakan dalam pengolahan dan perbandingan.

#### **Logika dan Bahasa**

Logika atau berpikir sebagai proses bekerjanya akal merupakan ciri hakiki dari manusia. Hasil berpikir ini tidak akan dapat diketahui oleh manusia jika tidak diungkapkan dalam bentuk bahasa. Bahasa merupakan pernyataan pikiran atau perasaan sebagai alat komunikasi manusia. Bahasa pada dasarnya terdiri atas kata-kata atau istilah-istilah dan sintaksis. Kata atau istilah merupakan simbol dari arti sesuatu, dapat berupa benda, kejadian, proses, atau

---

<sup>31</sup> Surajiyono, dkk., *Dasar-Dasar Logika*, (Jakarta: PT Bumi aksara, 2012), hal. 35-36

<sup>32</sup> Surajiyono, *Ilmu Filsafat Suatu Pengantar*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2012), hal. 35

hubungan-hubungan. Adapun sintaksis adalah cara untuk menyusun kata-kata atau istilah di dalam kalimat untuk menyatakan arti yang bermakna.<sup>34</sup>

Kalimat ada yang bermakna dan ada juga yang tidak bermakna. Kalimat bermakna dibedakan menjadi lima jenis, yakni kalimat berita, kalimat pertanyaan, kalimat perintah, kalimat seru, dan kalimat harapan. Diantara jenis kalimat ini yang digunakan dalam logika adalah kalimat berita, karena kalimat berita dapat dinilai benar atau salah, sedangkan jenis kalimat-kalimat yang lain tidak dapat dinilai benar atau salah.<sup>35</sup>

Dari bentuk kalimat diatas yang disebut bahasa ilmiah, yakni kalimat berita yang merupakan suatu pernyataan atau pendapat-pendapat.<sup>36</sup>

#### a. Fungsi Bahasa

Bahasa pada dasarnya merupakan pernyataan pikiran atau perasaan sebagai alat komunikasi manusia. Sebagai pernyataan pikiran atau perasaan serta sebagai alat komunikasi manusia, bahasa mempunyai tiga fungsi pokok, yaitu :<sup>37</sup>

1. Fungsi ekspresif atau emotif tampak pada pencurahan rasa takut serta takjub yang dilakukan pada pemujaan-pemujaan, demikian juga pencurahaan seni suara maupun seni sastra.
2. Fungsi afektif atau praktis tampak jelas untuk menimbulkan efek psikologis terhadap orang lain dan sebagai akibatnya memengaruhi tindakan mereka terhadap kegiatan atau sikap tertentu diinginkan.

---

<sup>33</sup> Cholid Narbuko dan Abu Achmadi, *Metodologi Penelitian*. . . hal. 18

<sup>34</sup> Surajiyo, dkk., *Dasar-Dasar Logika*. . .hal. 32-33

<sup>35</sup> Surajiyo, *Ilmu Filsafat Suatu Pengantar*. . . , hal. 34

<sup>36</sup> Surajiyo, dkk., *Dasar-Dasar* . . . , hal.33

<sup>37</sup> Ibid.,

3. Fungsi simbolis dipandang dalam arti luas, meliputi fungsi logis serta komunikatif, karena arti dinyatakan dalam simbol-simbol bukan untuk menyatakan fakta saja, tetapi juga untuk menyampaikan sesuatu kepada orang lain.

Diantara tiga fungsi bahasa diatas, khusus untuk logika dan bahasa ilmiah yang harus diperhatikan adalah fungsi simbolis, karena komunikasi ilmiah bertujuan untuk menyampaikan berupa pengetahuan. Agar komunikasi berjalan dengan baik, bahasa yang dipergunakan harus terbebas dari unsur-unsur emotif. Komunikasi ilmiah harus bersifat reproduktif, artinya bila si pengirim komunikasi menyampaikan suatu informasi yang katakanlah X, maka si penerima komunikasi harus menerima informasi yang berupa X pula dan jika memerlukan penalaran juga harus logis.<sup>38</sup>

b. Bahasa dalam logika

Dalam penalaran sebagai salah satu wujud pemikiran, bahasa merupakan bentuk yang tepat untuk menunjukkan langkah-langkah yang harus dilalui dalam penalaran itu.<sup>39</sup>

Kalimat berita atau kalimat deklaratif di dalam logika dinamakan pernyataan. Penilaian benar atau salah dalam pernyataan atau deklaratif dihubungkan dengan situasi yang ditunjuk. Jika sesuai berarti benar dan

---

<sup>38</sup> Ibid.,

<sup>39</sup> Ibid., hal. 34

jika tidak sesuai berarti salah. Di samping itu, ada penilaian benar dan salah dalam logika didasarkan atas pertimbangan akal.<sup>40</sup>

Pernyataan dalam logika ditinjau dari bentuk hubungan makna yang dikandungnya maka pernyataan itu disamakan dengan proposisi, walaupun ada sedikit perbedaan namun pada umumnya sama. Oleh karena itu, dalam logika kedua istilah itu tidak dibedakan. Proposisi atau pernyataan berdasarkan bentuk isinya dibedakan menjadi 3 macam, yaitu :<sup>41</sup>

1. Proposisi tunggal adalah pernyataan sederhana yang hanya terdiri atas satu konsep atau satu pengertian sebagai unsurnya.
2. Proposisi kategoris adalah pernyataan yang terdiri atas hubungan dua konsep sebagai subyek dan predikat serta dapat dinilai benar atau salah.
3. Proposisi majemuk adalah pernyataan yang terdiri atas hubungan dua bagian yang dapat dinilai benar atau salah

Proposisi dalam logika dapat benar, dapat juga salah, tidak dapat dinilai kedua-duanya. Proposisi disebut juga bentuk lahir dari pendapat, sedangkan term merupakan unsur proposisi adalah bentuk lahir dari konsep atau pengertian. Maka sering juga dalam logika, pendapat sebagai unsur dari penalaran. Proposisi dan pendapat merupakan satu kesatuan sebagai bentuk dari isi.<sup>42</sup>

---

<sup>40</sup> Ibid.,

## 6. Indikator Penalaran

Siswa dikatakan mampu melakukan penalaran matematika bila ia mampu menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika. Dalam kaitan ini, pada penjelasan teknis Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004 tentang rapor diuraikan bahwa indikator siswa yang memiliki kemampuan dalam penalaran matematika adalah:

- a) Mengajukan dugaan
- b) Melakukan manipulasi matematika
- c) Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi
- d) Menarik kesimpulan dari pernyataan
- e) Memeriksa keshahihan suatu argumen
- f) Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi

Sedangkan menurut Sumarmo, indikator penalaran matematika pada pembelajaran matematika antara lain, siswa dapat:

- (a) Menarik kesimpulan logis
- (b) Memberikan penjelasan dengan model, fakta, sifat-sifat dan hubungan
- (c) Memperkirakan jawaban dan proses solusi

---

<sup>41</sup> Ibid.,

<sup>42</sup> Ibid.,

- (d) Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi atau membuat analogi dan generalisasi
- (e) Menyusun dan menguji konjektur
- (f) Membuat *counter example* (kontra jawaban)
- (g) Mengikuti aturan inferensi dan memeriksa validitas argumen
- (h) Menyusun argumen yang valid
- (i) Menyusun pembuktian langsung, tidak langsung, dan menggunakan induksi matematika<sup>43</sup>

Karena materi garis dan sudut tidak bisa dicantumkan dalam indikator poin (a) dan (g) sehingga penelitian ini hanya menggunakan 4 indikator dalam Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004, yaitu :

- a) Melakukan manipulasi matematika
- b) Menarik kesimpulan dari pernyataan
- c) Memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi
- d) Memeriksa keshahihan suatu argumen

## **B. Masalah Matematika**

### **1. Makna Masalah**

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menghadapi permasalahan yang harus kita selesaikan. Di dalam memahami permasalahan sering kita bertanya kepada diri kita sendiri dengan mengajukan sejumlah pertanyaan yang dapat membantu menyeleksi informasi dari permasalahan yang muncul. Suatu

---

<sup>43</sup> Karunia Eka Lestari dan Mokhammad Ridwan Yudhanegara, *Penelitian Pendidikan...*, hlm.82

pertanyaan akan merupakan suatu masalah hanya jika seseorang tidak mempunyai aturan/hukum tertentu yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban dari pertanyaan tersebut. Pertanyaan itu juga tersirat dalam suatu situasi sedemikian hingga situasi itu sendiri perlu mendapatkan penyelesaian.<sup>44</sup>

Masalah dapat diartikan sebagai suatu situasi dimana individu atau kelompok terpanggil untuk melakukan suatu tugas dimana tidak tersedia algoritma yang secara lengkap menentukan penyelesaian masalahnya. Dalam hal ini berarti pertanyaan tersebut tidak dapat dijawab dengan prosedur yang rutin, tetapi perlu kerja keras untuk mencari jawabnya. Sehingga penyelesaian/pemecahan masalah merupakan suatu proses penerimaan tantangan dan kerja keras untuk menyelesaikan masalah tersebut. Dengan demikian, aspek penting dari makna masalah adalah adanya penyelesaian yang diperoleh tidak dapat hanya dikerjakan dengan prosedur rutin, tetapi perlu penalaran yang luas dan rumit.<sup>45</sup>

## **2. Macam Masalah dalam Matematika**

Masalah dalam matematika dapat dikelompokkan menjadi beberapa macam. Polya mengelompokkan masalah ditinjau dari cara menganalisis masalah tersebut menjadi dua macam, yaitu :<sup>46</sup>

- a. Masalah untuk menemukan, dapat teoretis atau praktis, konkret atau abstrak, termasuk teka-teki. Dengan demikian kita harus mencari semua variabel masalah tersebut, kita harus mencoba untuk mendapatkan, menghasilkan,

---

<sup>44</sup> Endang Setyo Winarni dan Sri Harmini, *Matematika Untuk PGSD*. . . , hal. 115

atau mengkontruksi semua jenis objek yang dapat dipergunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Bagian pokok suatu masalah sebagai landasan untuk menyelesaikan masalah ini. Bagian pokok dari masalah adalah:

- (a) Apa yang dicari ?
  - (b) Bagaimana data yang diketahui ?
  - (c) Bagaimana syaratnya ?
- b. Masalah yang berkaitan dengan membuktikan adalah untuk menunjukkan bahwa suatu pernyataan itu benar atau salah dan tidak keduanya. Untuk itu kita harus menjawab pertanyaan : apakah pernyataan itu benar atau salah ? bagian pokok dari masalah jenis ini adalah rumusan hipotesis dan konklusi dari suatu teorema yang harus dibuktikan kebenarannya. Hipotesis dan konklusi tersebut merupakan landasan yang sangat diperlukan untuk dapat menyelesaikan masalah jenis ini.

Ditinjau dari bentuk rumusan masalah dan teknik pengerjaannya, masalah dibedakan menjadi empat macam, yaitu :<sup>47</sup>

a) Masalah Translasi

Masalah translasi yaitu masalah dalam kehidupan sehari-hari yang dituangkan dalam bentuk verbal berkaitan dengan matematika. Masalah translasi dapat berupa translasi sederhana dan translasi kompleks. Masalah translasi ini dalam bentuk soal cerita yang harus dirumuskan dalam kalimat matematika.

---

<sup>45</sup> Ibid., hal. 116

<sup>46</sup> Ibid., hal. 116-117

b) Masalah Proses

Masalah proses yaitu masalah yang pengerjaannya diarahkan untuk menyusun langkah-langkah agar dirumuskan pola dan strategi khusus pemecahan masalah.

c) Masalah Teka-Teki

Masalah teka-teki yaitu masalah yang mengarah pada kegiatan matematika rekreasi dan membangkitkan kesenangan, sehingga tercipta penanaman sikap positif (afektif) terhadap matematika.

d) Masalah Aplikasi

Masalah aplikasi yaitu masalah yang kesempatan kepada siswa untuk menyelesaikan masalah dengan menggunakan berbagai keterampilan dan prosedur matematika. Sehingga dengan menyelesaikan masalah semacam itu siswa dapat menyadari kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

### **3. Jenis Masalah Berdasarkan Sumber-Sumber Masalah dalam Matematika**

Untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah, perlu dibekali pemahaman tentang jenis masalah berkaitan dengan sumber masalahnya. Berikut ini merupakan sumber masalah beserta contoh masalahnya :<sup>48</sup>

---

<sup>47</sup> Ibid., hal. 117-118

## 1) Permainan

Permainan dapat digunakan sebagai sumber untuk memperoleh masalah yang diharapkan dapat dipecahkan oleh siswa.

Contoh : dua orang anak bermain toko-tokoan. Seorang menjadi penjual dan seorang lagi jadi pembeli. Jika pembeli memberikan selembar uang lima ribuan untuk membayar 1 kg beras seharga Rp 3.250,00 tiap kilogramnya, berapa uang kembalian yang diberikan oleh penjual ?

## 2) Peristiwa yang terjadi sehari-hari

Contoh : di jalan Ki Ageng Gribig depan kampus PGSD PP2 setiap menit rata-rata dilalui 10 kendaraan jalur MM. Berapa kendaraan yang melalui jalan Ki Ageng Gribig setiap harinya ?

## 3) Iklan

Contoh : harga *handphone* merk Siemens Rp 1.500.000,00 garansi 12 bulan, *handphone* merk Nokia Rp 2.000.000,00 garansi 18 bulan. Faktor-faktor apa yang Anda perhatikan dalam memilih *handphone* yang akan Anda beli ?

## 4) Sains

Contoh : diberikan dua bejana yang berisi air. Siswa diminta untuk menunjukkan bagaimana cara menentukan mana banyaknya air dalam bejana yang lebih banyak ?

## 5) Data

Contoh : carilah persamaan yang sesuai dengan data berikut

P	3	1	8	4	5
Q	14	6	34	18	22

---

<sup>48</sup> Ibid., hal. 119-120

## 6) Peta

Contoh : Andi berkeliling kota di Jawa Timur. Dia berangkat dari Surabaya menuju Jember melewati Malang kemudian ke Banyuwangi, dilanjutkan kembali ke Surabaya dengan melewati Situbondo dan terakhir ke Surabaya. Tentukan dengan menggunakan gambar rute perjalanan Adi tersebut !

## 7) Konstruksi

Contoh : dengan menggunakan penggaris siku-siku, gambarlah sebuah persegi panjang dengan diagonalnya 10 cm!

## 8) Pola

Contoh : tentukan tiga bilangan berikutnya pada barisan ini : 63, 31, 15, 7 ?

#### 4. Langkah-Langkah Memecahkan Masalah

Rumus, teorema, hukum, aturan pengerjaan tidak dapat secara langsung digunakan dalam pemecahan masalah, karena antara masalah yang satu dan masalah yang lain tidak selalu sama dalam penyelesaiannya. Untuk memecahkan masalah kita perlu merencanakan langkah-langkah apa saja yang harus ditempuh guna pemecahan masalah tersebut secara sistematis. Menurut Polya, langkah-langkah yang perlu diperhatikan untuk pemecahan masalah sebagai berikut :<sup>49</sup>

## (1) Pemahaman terhadap masalah

Maksudnya mengerti masalah dan melihat apa yang dikehendaki

---

<sup>49</sup> Ibid., hal. 124-125

Cara memahami suatu masalah antara lain sebagai berikut :

- a. Masalah harus dibaca berulang-ulang agar dapat dipahami kata demi kata, kalimat demi kalimat
- b. Menentukan/mengidentifikasi apa yang diketahui dari masalah
- c. Menentukan/mengidentifikasi apa yang ditanyakan/apa yang dikehendaki dari masalah
- d. Mengabaikan hal-hal yang tidak relevan dengan masalah
- e. Sebaiknya tidak menambah hal-hal yang tidak ada agar tidak menimbulkan masalah yang berbeda dengan masalah yang seharusnya diselesaikan

(2) Perencanaan pemecahan masalah

Maksudnya melihat bagaimana macam soal dihubungkan dan bagaimana ketidakjelasan dihubungkan dengan data agar memperoleh ide membuat suatu rencana pemecahan masalah. Untuk itu dalam menyusun perencanaan pemecahan masalah, dibutuhkan suatu kreativitas dalam menyusun strategi pemecahan masalah. Menurut Wheeler, mengemukakan strategi pemecahan masalah, antara lain sebagai berikut :

- a) Membuat suatu tabel
- b) Membuat suatu gambar
- c) Menduga, mengetes, dan memperbaiki
- d) Mencari pola
- e) Menyatakan kembali permasalahan
- f) Menggunakan penalaran

- g) Menggunakan variabel
- h) Menggunakan persamaan
- i) Mencoba menyederhanakan permasalahan
- j) Menghilangkan situasi yang tidak mungkin
- k) Bekerja mundur
- l) Menyusun model
- m) Menyusun algoritma
- n) Menggunakan penalaran tidak langsung
- o) Menggunakan sifat-sifat bilangan
- p) Menggunakan kasus atau membagi masalah menjadi bagian-bagian
- q) Memvalidasi semua kemungkinan
- r) Menggunakan rumus
- s) Menyelesaikan masalah yang ekuivalen
- t) Menggunakan simetri
- u) Menggunakan informasi yang diketahui untuk mengembangkan informasi baru

(3) Melaksanakan perencanaan pemecahan masalah

(4) Melihat kembali kelengkapan pemecahan masalah

Maksudnya sebelum menjawab permasalahan, perlu mereview apakah penyelesaian masalah sudah sesuai dengan melakukan kegiatan sebagai berikut :

- a. Mengecek hasil
- b. Menginterpretasi jawaban yang diperoleh

- c. Meninjau kembali apakah ada cara lain yang dapat digunakan untuk mendapatkan penyelesaian yang sama
  - d. meninjau kembali apakah ada penyelesaian yang lain
- sehingga dalam memecahkan masalah dituntut tidak cepat puas dari satu hasil penyelesaian saja, tetapi perlu dikaji dengan beberapa cara penyelesaian.

### **C. Kemampuan Matematika**

Kemampuan matematika adalah daya pikir atau nalar seseorang untuk melakukan tindakan tertentu baik fisik maupun mental yang berhubungan dengan angka-angka atau variabel tertentu.<sup>50</sup> Dalam hal ini berarti siswa harus mengaktivitaskan bahkan memaksimalkan kekuatan pikirannya atau nalarnya ketika fisik atau mentalnya akan melakukan suatu tindakan perbuatan.

Kemampuan matematika ini dapat dilihat berdasarkan nilai yang diperoleh individu, seperti nilai kuis, nilai ulangan harian, ulangan tengah semester maupun nilai ujian akhir semester. Nilai-nilai tersebut juga biasa digunakan untuk mengelompokkan siswa berdasarkan berdasarkan kemampuan (tinggi, sedang, rendah). Pengelompokkan siswa berdasarkan kemampuan awal matematika sebagai berikut.

---

<sup>50</sup> Maryudi, *Kemampuan, kecakapan dan kecerdasan . . .*, hal.83

**Tabel 2.1 Kriteria Kemampuan Matematika**

Kriteria	Kategori
$KAM \geq \bar{X} + s$	Siswa kelompok tinggi/atas
$\bar{X} - s < KAM < \bar{X} + s$	Siswa kelompok sedang
$\bar{X} - s < KAM$	Siswa kelompok rendah

Keterangan :

$\bar{X}$  = rata-rata skor/ nilai siswa

s = simpangan baku dari skor/ nilai siswa<sup>51</sup>

Dalam penelitian ini, kemampuan matematika yang dimaksud adalah nilai matematika siswa yang pernah diperolehnya pada materi sebelumnya. Nilai matematika tersebut untuk menggolongkan kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah.

#### **D. Konsep Penalaran Menurut Al-Quran**

Di dalam Al-Qur'an maupun Hadits banyak sekali yang mengandung perintah kepada manusia supaya menggunakan akalinya untuk berpikir. Karena bila akal dipotensialkan untuk berpikir maka kita akan mengetahui bagaimana Allah menciptakan sesuatu secara adil dan tidak ada satu pun tercipta melainkan membawa manfaat.

Beberapa ayat yang memerintahkan kita untuk berpikir diantaranya:

1. Surat Al Baqarah ayat 219

يَسْأَلُونَكَ عَنِ الْخَمْرِ وَالْمَيْسِرِ قُلْ فِيهِمَا إِثْمٌ كَبِيرٌ وَمَنْفَعٌ لِلنَّاسِ

وَإِثْمُهُمَا أَكْبَرُ مِنْ نَفْعِهِمَا قُلْ وَيَسْأَلُونَكَ مَاذَا يُنْفِقُونَ قُلِ الْعَفْوَ كَذَلِكَ

يُبَيِّنُ اللَّهُ لَكُمُ الْآيَاتِ لَعَلَّكُمْ تَتَفَكَّرُونَ ﴿٢١٩﴾

Artinya : “mereka bertanya kepadamu tentang khamar dan judi. Katakanlah :

‘pada keduanya terdapat dosa yang besar dan beberapa manfaat bagi manusia, tetapi dosa keduanya lebih besar dari manfaatnya.’

Dan mereka bertanya kepadamu apa yang mereka nafkahkan.

Katakanlah : ‘ yang lebih dari keperluan.’ Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayatNya supaya kamu berfikir.”<sup>52</sup> (QS. Al

Baqarah : 219)

Maksud dari ayat diatas adalah Allah menurunkan ayat tersebut agar manusia mengetahui bahwa sesuatu yang haram tidak akan membawa manfaat, dengan adanya ayat tersebut manusia diperintahkan untuk berpikir bahwa manusia harus bisa memilah-milah sesuatu yang bermanfaat baginya dan tidak bermanfaat baginya

<sup>51</sup> Karunia Eka Lestari dan Mokhammad Ridwan Yudhanegara, *Penelitian Pendidikan...*, hlm.233

<sup>52</sup> Achmad Fahrudin, dkk, *Al-Quran Digital . . .*,

## 2. Surat Al Baqarah ayat 266

أَيُّودٌ أَحَدُكُمْ أَنْ تَكُونَ لَهُ جَنَّةٌ مِّنْ نَّخِيلٍ وَأَعْنَابٍ تَجْرِي مِنْ تَحْتِهَا

الْأَنْهَارُ لَهُ فِيهَا مِنْ كُلِّ الثَّمَرَاتِ وَأَصَابَهُ الْكِبَرُ وَلَهُ ذُرِّيَةٌ ضِعْفَاءُ

فَأَصَابَهَا إِعْصَارٌ فِيهِ نَارٌ فَاحْتَرَقَتْ ۗ كَذَلِكَ يُبَيِّنُ اللَّهُ لَكُمْ الْآيَاتِ

لَعَلَّكُمْ تَتَفَكَّرُونَ ﴿٢٦٦﴾

Artinya : “apakah ada salah saeorang diantaramu yang ingin mempunyai kebun kurma dan dan anggur yang mengalir dibawahnya sungai-sungai; dia mempunyai dalam kebun itu segala macam buah-buahan, kemudian datanglah masa tua pada orang itu sedang dia mempunyai keturunan yang masih kecil-kecil. Maka kebun itu ditiup angin keras yang mengandung api, lalu terbakarlah. Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayatNya kepada kamu supaya kamu memikirkannya.”<sup>53</sup> (QS Al Baqarah : 266)

Maksud dari ayat diatas adalah manusia diperintahkan untuk mengambil pelajaran dan memahami perumpamaan yang tercantum dalam isi Al-Quran tersebut. Sehingga dengan memahami makna dari setiap perumpamaan itu

<sup>53</sup> Ibid.,

manusia akan berpikir dan menjadikan orang-orang tersebut orang yang berilmu.

3. Surat Al An'am ayat 50

قُلْ لَا أَقُولُ لَكُمْ عِنْدِي خَزَائِنُ اللَّهِ وَلَا أَعْلَمُ الْغَيْبَ وَلَا أَقُولُ لَكُمْ إِنِّي مَلَكٌ

ط  
إِنْ أَتَّبَعُ إِلَّا مَا يُوْحَىٰ إِلَيَّ ۚ قُلْ هَلْ يَسْتَوِي الْأَعْمَىٰ وَالْبَصِيرُ ۗ أَفَلَا تَتَفَكَّرُونَ



Artinya : “Katakanlah : Aku tidak mengatakan kepadamu, bahwa perbendaharaan Allah ada padaku, dan tidak (pula) aku mengetahui yang ghaib dan tidak (pula) aku mengatakan kepadamu bahwa aku seorang malaikat. Aku tidak mengikuti kecuali apa yang diwahyukan kepadaku. Katakanlah : ‘Apakah sama orang yang bita dengan yang melihat ?’ Maka apakah kamu tidak memikirkannya?”<sup>54</sup> (QS Al An'am : 50)

Dari ketiga ayat tersebut merupakan sebagian kecil dari sekian ayat yang memerintahkan untuk berpikir. Manusia yang diciptakan lebih sempurna dibandingkan dengan makhluk yang lainnya, dimana kesempurnaan ini dapat dilihat dari adanya akal yang dapat dipergunakan. Allah SWT memerintahkan kepada kita melalui Surat Al Baqarah dan Surat Al An'am untuk

mempergunakan akal dalam menilai, memilah dan memilih, serta memperhatikan perbedaan sebagai tanda kekuasaannya, menjadi sangat penting, terlebih kepada seorang guru untuk senantiasa mengajak siswa mempergunakan akal yang telah Allah SWT anugerahkan dengan melakukan pembelajaran yang menuntut keaktifan berpikir siswa berdasarkan pada tingkat perkembangan kognitif atau intelektual.

## E. Garis dan Sudut

### Garis

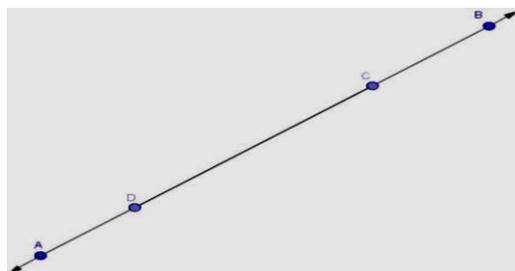
Ada dua cara menamakan garis yaitu :

- Garis diberi nama dengan huruf kecil, seperti a, b, c dan sebagainya
- Garis diberi nama dengan dua huruf besar (kapital) yang masing-masing merupakan nama dari dua titik berbeda pada garis itu



Gambar 2.1  
Garis p atau Garis PQ

### Ruas Garis



Gambar 2.2  
Ruas Garis

---

<sup>54</sup> Ibid.,

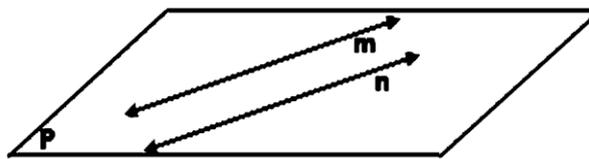
Dari gambar garis  $\overline{AB}$  di atas,  $DC$  merupakan ruas garis. Dengan demikian, ruas garis merupakan bagian dari garis yang di batasi oleh dua titik di pangkal dan ujungnya.

### Sinar Garis

Sinar garis merupakan bagian dari garis yang dibatasi oleh satu titik sebagai pangkal dan tidak terbatas di ujung yang lain.

### Kedudukan Garis

#### a. Garis Sejajar

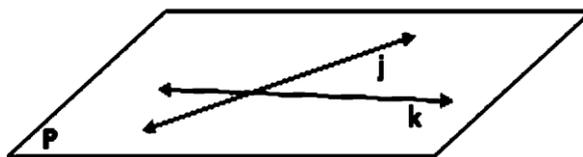


Gambar 2.3

#### Garis Sejajar

Dua garis dikatakan sejajar apabila terletak pada bidang yang sama dan keduanya tidak mempunyai titik perpotongan walaupun diperpanjang.

#### b. Dua Garis Berpotongan



Gambar 2.4

#### Garis berpotongan

Dua garis dikatakan berpotongan apabila keduanya memiliki satu titik persekutuan.

## c. Dua Garis Berimpit

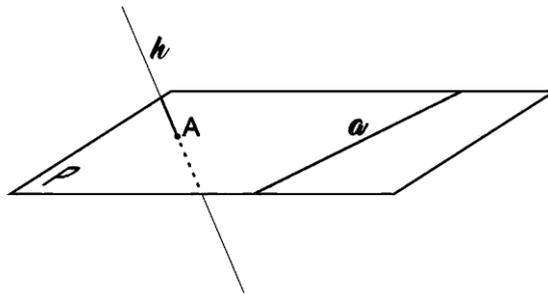


Gambar 2.5

## Garis Berimpit

Dua garis dikatakan berimpit apabila memiliki dua titik persekutuan yang berbeda.

## d. Dua Garis Bersilangan

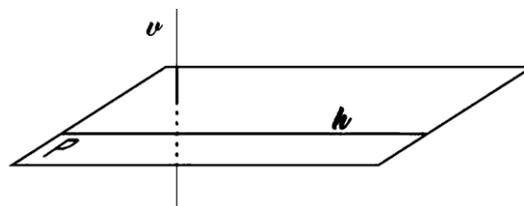


Gambar 2.6

## Garis Bersilangan

Dua garis dikatakan bersilangan, apabila keduanya tidak memiliki satupun titik persekutuan.

## e. Garis Horizontal dan Vertikal



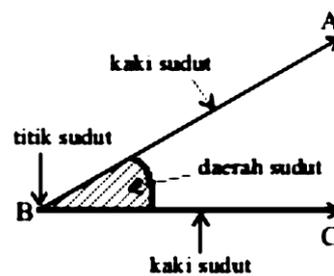
Gambar 2.7

## Garis Horizontal dan vertikal

Arah garis horizontal mendatar sejajar bidang gambar, sedangkan garis vertikal tegak lurus dengan garis horizontal dan sejajar bidang gambar.

## Sudut

Sudut dalam geometri merupakan besaran rotasi suatu garis dari satu titik pangkalnya ke posisi yang lain.



Gambar 2.8

Sudut ABC

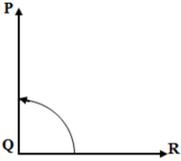
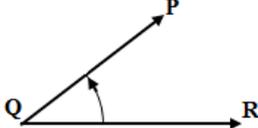
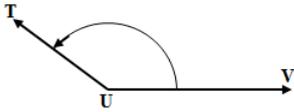
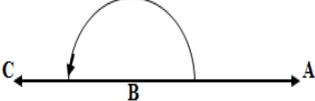
Sudut  $ABC$  pada gambar di atas adalah sudut yang dibentuk oleh dua sinar garis yaitu  $\overrightarrow{BC}$  dan  $\overrightarrow{BA}$  dengan pangkal yang berimpit di titik  $B$ . Sinar garis  $\overrightarrow{BC}$  dan  $\overrightarrow{BA}$  disebut dengan kaki sudut, sedangkan titik  $B$  disebut dengan titik sudut.

Sudut di notasikan dengan “ $\angle$ ”.

Dari gambar di atas sudut dapat diberi nama:

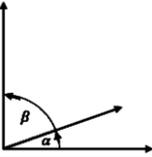
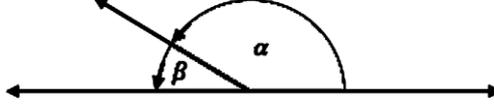
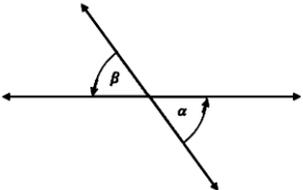
- Sudut  $ABC$  atau  $\angle ABC$
- Sudut  $CBA$  atau  $\angle CBA$
- Sudut  $B$  atau  $\angle B$

Tabel 2.2 Jenis-Jenis Sudut

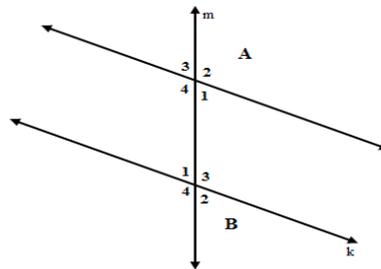
Sudut Siku-Siku	Sudut Lancip
	
90°	Antara 0° dan 90°
Sudut Tumpul	Sudut Lurus
	
Antara 90° dan 180°	180°

## Hubungan Antar Sudut

Tabel 2.3 Hubungan Antar Sudut

Sudut Berpenyiku	Sudut Berpelurus
	
$\angle\alpha + \angle\beta = 90$ Dua sudut dikatakan berpenyiku apabila jumlah besar sudutnya sama dengan 90°	$\angle\alpha + \angle\beta = 180^\circ$ Dua sudut dikatakan berpelurus apabila jumlah besar sudutnya sama dengan 180°.
<b>Sudut Bertolak Belakang</b>	
	
$\angle\alpha = \angle\beta$ Dua sudut dikatakan bertolak-belakang apabila besar sudut $\alpha$ sama dengan besar sudut $\beta$	

### Hubungan Sudut-Sudut pada Dua Garis Sejajar



Gambar 2.9

a) Sudut-Sudut Sehadap

Sudut sehadap akan memiliki besar sudut yang sama.

$\angle A_4$  memiliki besar sudut yang sama dengan  $\angle B_4$

$\angle A_3$  memiliki besar sudut yang sama dengan  $\angle B_1$

$\angle A_2$  memiliki besar sudut yang sama dengan  $\angle B_3$

$\angle A_1$  memiliki besar sudut yang sama dengan  $\angle B_2$

b) Sudut-Sudut Dalam Berseberangan

Sudut dalam berseberangan akan memiliki besar sudut yang sama.

$\angle A_4$  memiliki besar sudut yang sama dengan  $\angle B_3$

$\angle A_1$  memiliki besar sudut yang sama dengan  $\angle B_1$

c) Sudut Luar Berseberangan

Sudut luar berseberangan akan memiliki besar sudut yang sama.

$\angle A_3$  memiliki besar sudut yang sama dengan  $\angle B_2$

$\angle A_2$  memiliki besar sudut yang sama dengan  $\angle B_4$

d) Sudut Dalam Sepihak

Pasangan sudut dalam sepihak akan membentuk sudut berpelurus ( $a^\circ + b^\circ =$

**$180^\circ$** ).

$$\angle A_4 + \angle B_1 = 180^\circ$$

$$\angle A_1 + \angle B_3 = 180^\circ$$

e) Sudut Luar Sepihak

Pasangan sudut luar sepihak akan membentuk sudut berpelurus ( $a^\circ + b^\circ = 180^\circ$ ).

$$\angle A_3 + \angle B_4 = 180^\circ$$

$$\angle A_2 + \angle B_2 = 180^\circ$$

## F. Penelitian Terdahulu

Penelitian yang akan dilakukan merupakan pengembangan dari hasil penelitian sebelumnya. Sebagai bahan informasi dan untuk menghindari terjadinya pengulangan hasil temuan yang membahas permasalahan yang sama, maka peneliti mencantumkan beberapa kajian terdahulu yang relevan. Adapun beberapa bentuk tulisan penelitian terdahulu yang relevan adalah sebagai berikut:

1. Penelitian yang dilakukan oleh Nurin Putriana Dewi, mahasiswa fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan jurusan Tadris Matematika Institut Agama Islam Negeri Tulungagung dengan judul “Analisis Penalaran Ditinjau dari Gaya Belajar Siswa Kelas X-A di MA Darul Huda Wonodadi Blitar Tahun 2013/2014 Materi Jarak dalam Ruang Dimensi Tiga”.
2. Penelitian yang dilakukan oleh Dian Romadhina, mahasiswa fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Negeri Semarang dengan judul “Pengaruh Kemampuan

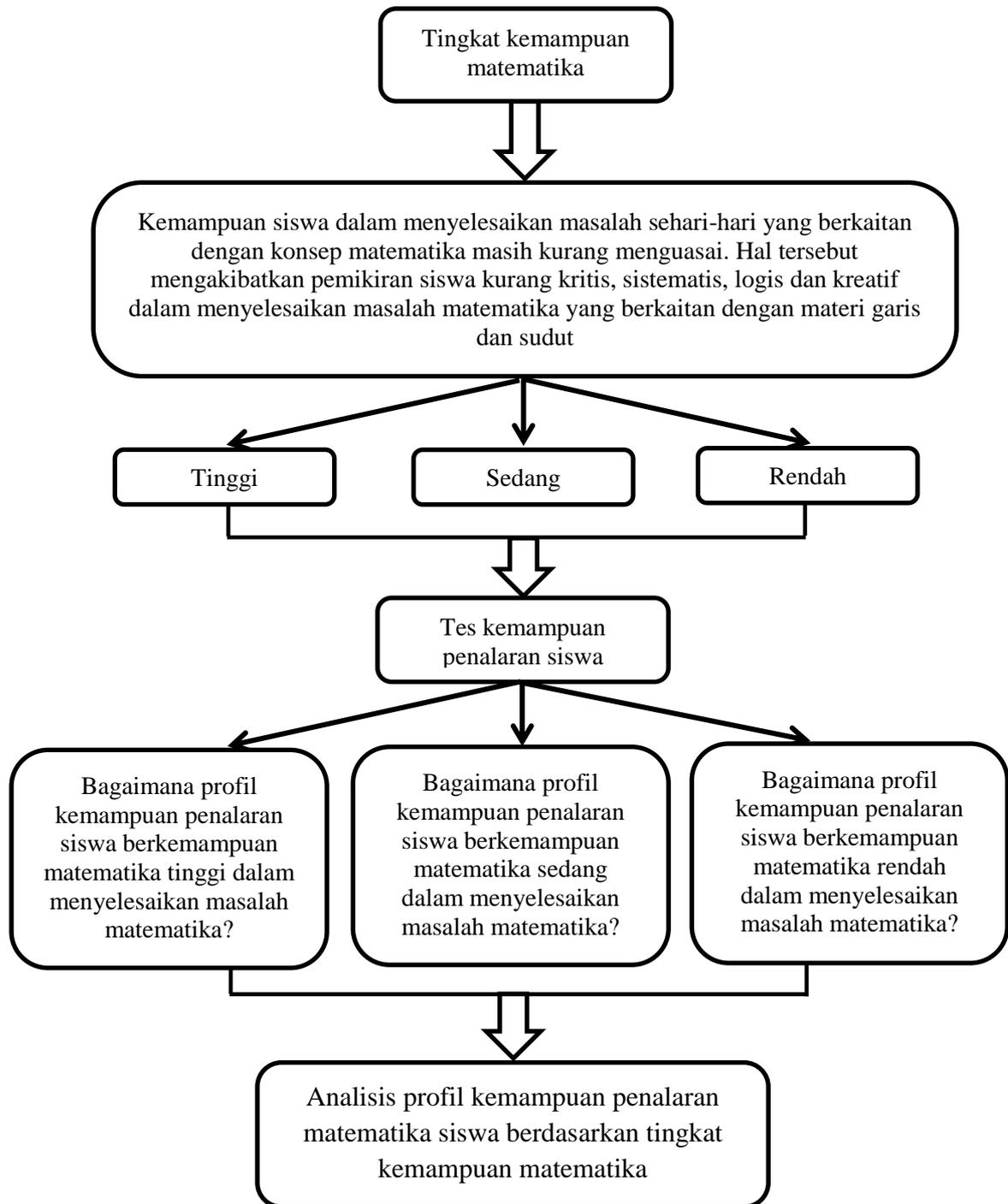
Penalaran dan Komunikasi Matematika terhadap Kemampuan Menyelesaikan Soal Cerita pada Pokok Bahasan Bangun Ruang Sisi Lengkung Siswa Kelas IX SMP Negeri 29 Semarang Melalui Model Pembelajaran Pemecahan Masalah”

#### 2.4 Tabel Persamaan dan Perbedaan Penelitian Peneliti dengan Penelitian Lainnya

No	Aspek	Penelitian Terdahulu		Penelitian Sekarang
		Nurin Putriana dewi	Dian Romadhina	
1	Judul	Analisis Penalaran Ditinjau dari gaya belajar Siswa kelas X-A di MA Darul Huda Wonodadi Blitar Tahun 2013/2014 materi Jarak dalam Ruang Dimensi Tiga.	Pengaruh Kemampuan Penalaran dan Kemampuan Komunikasi Matematik terhadap Kemampuan Menyelesaikan Soal Cerita pada Pokok Bahasan Bangun Ruang Sisi Lengkung Siswa Kelas IX SMP Negeri 29 Semarang Melalui Model Pembelajaran Pemecahan Masalah	Profil Kemampuan Penalaran Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Segi Kemampuan Matematika Pokok Bahasan Garis dan Sudut Kelas VII-F MTs Bandung
2	Penelitian	Kualitatif	kuantitatif	kualitatif
3	Materi	Jarak dalam Ruang dimensi tiga	Bangun ruang sisi lengkung	Garis dan Sudut
4	Lokasi Pelaksanaan Penelitian	MA Darul Huda Wonodadi Blitar	SMP Negeri 29 Semarang	MTs Bandung Tulungagung
5	Subjek Penelitian	Siswa MA kelas X-A	Siswa SMP kelas IX	Siswa MTs kelas VII

## G. Paradigma Penelitian

Paradigma peneliti dengan judul “Profil kemampuan penalaran siswa dalam menyelesaikan soal matematika ditinjau dari kemampuan matematika siswa kelas VII-F pokok bahasan garis dan sudut di MTs Negeri Bandung”



Bagan 2.1  
Paradigma Penelitian

Tingkat kemampuan matematika siswa di lapangan yaitu kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan konsep matematika masih kurang menguasai. Hal tersebut mengakibatkan pemikiran siswa kurang kritis, sistematis, logis dan kreatif dalam menyelesaikan masalah matematika yang berkaitan dengan materi garis dan sudut. Sehingga tingkat kemampuan matematika mereka dapat digolongkan menjadi 3 yaitu berkemampuan tinggi, sedang dan rendah. Masing-masing siswa yang mempunyai tingkat kemampuan berbeda diberikan tes kemampuan penalaran. Hal itu dilakukan sesuai dengan fokus penelitian ini yaitu (1) Bagaimana profil kemampuan penalaran siswa berkemampuan matematika tinggi dalam menyelesaikan masalah matematika?, (2) Bagaimana profil kemampuan penalaran siswa berkemampuan matematika sedang dalam menyelesaikan masalah matematika?, (3) Bagaimana profil kemampuan penalaran siswa berkemampuan matematika rendah dalam menyelesaikan masalah matematika?. Dari fokus penelitian tersebut akan dianalisis hasil tes yang telah diberikan kepada siswa tersebut untuk mengetahui kemampuan penalaran mereka.