

BAB II

KAJIAN TEORI

A. HAKIKAT MATEMATIKA

Kata "matematika" berasal dari kata *manthanein* atau *mathema* yang berarti "belajar atau hal yang dipelajari" sedang dalam bahasa belanda matematika disebut wiskunde atau ilmu pasti, yang kesemuanya berkaitan dengan penalaran. Matematika memiliki bahasa dan aturan tersendiri dengan baik, penalaran yang jelas, sistematis, dan struktur atau keterkaitan antar konsep yang kuat.¹

Menurut Johnson dan Myklebust matematika adalah bahasa simbolis yang fungsi praktisnya untuk mengekspresikan hubungan kuantitatif dan keruangan sedangkan fungsi teoritisnya untuk mempermudah berfikir. Kline juga mengemukakan bahwa matematika merupakan bahasa simbolis dan ciri utamanya adalah penggunaan cara bernalar deduktif, tetapi juga tidak melupakan cara bernalar induktif.²

Menurut Russeffendi matematika adalah bahasa simbol; ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif; ilmu tentang pola keteraturan, dan struktur yang terorganisasi, mulai dari unsur yang tidak didefinisikan, ke unsur yang didefinisikan, ke aksioma atau postulat, dan akhirnya ke dalil.³ Dalam setiap konsep yang abstrak yang baru dipahami siswa perlu segera diberi penguatan agar bertahan dan mengendap dalam memori siswa.

¹Ahmad Susanto, *Teori Belajar dan Pembelajaran Di Sekolah Dasar*, (Jakarta: Prenadia Media Group, 2016), hal.184

²Mulyono Abddurrahman, *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, (Jakarta: PT Rineka Cipta, 2003), hal. 252

³Heruman, *Model Pembelajaran Matematika Di Sekolah Dasar*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2010), hal. 1

Selanjutnya perlu diketahui bahwa ilmu matematika berbeda dengan disiplin ilmu lainnya. Matematika memiliki bahasa sendiri yaitu bahasa yang terdiri dari simbol-simbol dan angka.⁴ Matematika memiliki beberapa ciri penting. Pertama, memiliki objek yang abstrak.⁵ Artinya matematika tidak objek-objek yang secara langsung dapat ditangkap oleh indra manusia. Walaupun pada awalnya matematika lahir dari hasil pengamatan empiris terhadap benda-benda kongkrit (geometri). Objek matematika adalah fakta, konsep, operasi dan prinsip yang kesemuanya itu berperan dalam proses berpikir matematis.

Ciri yang kedua yaitu, memiliki pola pikir yang deduktif dan konsisten. Matematika dikembangkan melalui angapan-angapan yang tidak dipersoalkan kebenarannya. Dalam matematika anggapan yang dianggap benar disebut dengan aksioma. Sekumpulan aksioma ini dapat digunakan untuk menyimpulkan kebenaran suatu pernyataan lain, dan pernyataan ini disebut teorema.⁶ Akhirnya matematika merupakan kumpulan butir-butir pengetahuan benar yang hanya yang hanya terdiri dari dua jenis kebenaran yaitu, aksioma dan teorema.

Matematika terbentuk sebagai hasil pemikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses dan penalaran.⁷ Matematika sangat diperlukan baik untuk kehidupan sehari-hari maupun dalam menghadapi kemajuan IPTEK. Matematika juga digunakan oleh disiplin ilmu lain sebagai ilmu penunjang, seperti Ilmu Pengetahuan Alam dan Ilmu Pengetahuan sosial. Namun karena matematika

⁴ Moch. Masykur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence: Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar*, (Yogyakarta: Ar-Ruzz Media, 2008), hal.44

⁵Sriyanto, *Stratregi Sukses Menguasai Matematika*, (Yogyakarta: Indonesia Cerdas, 2007), hal 12

⁶ *Ibid.*, hal 12

⁷ Erman Suherman, et all, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Universitas Pendidikan Indonesia: Jica), hal 16

memiliki sifat yang cukup abstrak sehingga sulit untuk dapat menerapkan matematika dalam kehidupan sehari-hari jika kita hanya berpendidikan sarjana yang umumnya baru tahu teorinya, belum banyak aplikasinya.

Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang dapat meningkatkan kemampuan berfikir dan berargumentasi, memberikan kontribusi dalam menyelesaikan masalah sehari-hari dan dalam dunia kerja, serta memberikan dukungan dalam pengembangan pengetahuan dan teknologi, yang didalamnya mengandung ide-ide abstrak yang berisi simbol-simbol sehingga perlu adanya pemahaman konsep terlebih dahulu sebelum memanipulasi simbol-simbol itu.

Dari pengertian diatas, maka matematika merupakan salah satu ilmu dasar yang yang harus dikuasai karena diperlukan untuk proses perhitungan dan berfikir yang sangat diperlukan dalam menyelesaikan masalah. Tidak hanya keperluan sehari-hari, tetapi juga dalam dunia kerja dan untuk mendukung perkembangan ilmu pengetahuan.

Segala hal yang telah kita dapatkan dan berhubungan dengan ilmu matematika, dapat kita kembangkan sesuai dengan pola pikir kita. Sesuai dengan kaidah-kaidah yang tidak menyimpang dari matematika itu sendiri. Matematika dianggap sebagai suatu ilmu yang menuntut manusia untuk melakukan suatu manajemen otak. Matematika menuntut pola pikir secara terstruktur. Oleh karena itu, matematika sebagai sesuatu yang berperan dalam berbagai unsur kehidupan.

Berdasarkan beberapa pengertian diatas matematika dapat disimpulkan bahwa:

1. Matematika adalah suatu cara berfikir atau kajian tentang pola dan hubungan.

2. Matematika adalah suatu bahasa yang menggunakan simbol tertentu.
3. Matematika adalah sebuah ilmu yang berhubungan konsep dan struktur-struktur yang abstrak.
4. matematika merupakan kumpulan butir-butir pengetahuan benar yang hanya terdiri dari dua jenis kebenaran yaitu, aksioma dan teorema.

B. PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Pembelajaran merupakan komunikasi dua arah, mengajar dilakukan oleh pihak guru sebagai pendidik, sedangkan belajar dilakukan oleh peserta didik. Pembelajaran didalamnya mengandung makna belajar dan mengajar. Belajar tertuju pada apa yang harus dilakukan seseorang sebagai subjek yang menerima pelajaran, sedangkan mengajar berorientasi pada apa yang harus dilakukan oleh guru sebagai pemberi pelajaran. Kedua aspek ini akan berkolaborasi secara terpadu menjadi suatu kegiatan pada saat terjadi interaksi antara guru dengan siswa, serta antara siswa dengan siswa didalam pembelajaran matematika sedang berlangsung. Menurut Corey, pembelajaran adalah suatu proses dimana lingkungan seseorang secara sengaja dikelola untuk memungkinkan ia turut serta dalam tingkah laku tertentu dalam kondisi khusus atau menghasilkan respon terhadap situasi tertentu. Pembelajaran dalam pandangan corey sebagai upaya menciptakan kondisi dan lingkungan belajar yang kondusif sehingga memungkinkan siswa berubah tingkah lakunya.⁸

⁸ Ahmad Susanto, *Teori Belajar dan Pembelajaran di Sekolah Dasar*, (Jakarta: Prenadamedia Group, 2013), hal. 186

Pembelajaran matematika adalah suatu proses belajar mengajar yang dibangun oleh guru untuk mengembangkan kreativitas berpikir siswa yang dapat meningkatkan kemampuan berpikir siswa, serta dapat meningkatkan kemampuan mengkonstruksi pengetahuan baru sebagai upaya meningkatkan penguasaan yang baik terhadap materi matematika.⁹ Dalam pembelajaran matematika guru menjadi kunci utama dalam menciptakan suasana belajar yang kondusif dan menyenangkan untuk mengarahkan siswa mencapai tujuan secara optimal, serta guru harus mampu menempatkan dirinya secara dinamis dan fleksibel sebagai informan, transformator, *organizer*, serta evaluator bagi terwujudnya kegiatan belajar, siswa dalam memperoleh pengetahuannya tidak menerima secara pasif, pengetahuan dibangun oleh siswa itu sendiri secara aktif. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Piaget bahwa pengetahuan diperoleh siswa dari suatu kegiatan yang dilakukan siswa, bukan sesuatu yang dilakukan terhadap siswa. Siswa tidak menerima pengetahuan dari guru atau kurikulum secara pasif. Siswa mengaktifkan struktur kognitif dan membangun struktur-struktur baru untuk mengakomodasi masukan-masukan pengetahuan baru.

Menurut Hans Freudental, matematika merupakan aktivitas insani (*human activities*) dan harus dikaitkan dengan realita.¹⁰ Dengan demikian, matematika merupakan cara berpikir logis yang dipresentasikan dalam bilangan, ruang, dan bentuk dengan aturan-aturan yang telah ada yang tak lepas dari aktivitas insani tersebut. Pada hakikatnya matematika tidak terlepas dari kehidupan sehari-hari,

⁹ *Ibid*, hal. 187

¹⁰ *Ibid*, hal. 189

dalam arti matematika memiliki kegunaan yang praktis dalam kehidupan sehari-hari.

Melihat kondisi yang seperti itu, perlu kiranya melakukan pengembangan dan peningkatan mutu dalam pembelajaran matematika, yakni pembelajaran yang mampu mengoptimalkan interaksi setiap elemen untuk menumbuh kembangkan kemampuan berpikir. Upaya mengembangkan kemampuan berpikir salah satunya dapat dilakukan dengan jalan membangun pemahaman pada diri siswa. Membangun pemahaman pada setiap kegiatan belajar matematika akan memperluas pengetahuan matematika yang dimiliki. Semakin luas pengetahuan tentang ide dan gagasan yang dimiliki, semakin bermanfaat dalam menyelesaikan suatu masalah yang dihadapi. Dengan pemahaman diharapkan tumbuh kemampuan siswa untuk mengkomunikasikan konsep yang dipahami dengan baik dan benar pada setiap menghadapi permasalahan dalam pembelajaran matematika.

C. BERPIKIR

Dalam *Kamus Besar Bahasa Indonesia* “pikir“ adalah akal budi, ingatan angan-angan. “Berpikir” artinya menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu, menimbang-nimbang dalam ingatan. Pengertian berpikir menurut etimologi adalah memberikan gambaran adanya sesuatu yang berada dalam diri seseorang. Sesuatu yang merupakan tenaga yang dibangun oleh unsur-unsur dalam diri seseorang untuk melakukan aktifitas.¹¹ Seseorang akan melakukan aktifitas, setelah adanya pemicu potensi baik yang

¹¹Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2010),hal.1-2

bersifat internal ataupun eksternal. Oleh karena itu dalam berpikir terkandung sifat, proses, dan hasil.

Berpikir merupakan aktivitas mental kognitif yang berwujud mengolah atau memanipulasi informasi dari lingkungan dengan simbol-simbol atau materi-materi yang disimpan dalam ingatannya khususnya yang ada dalam *long term memory* yang kemudian mengaitkan pengertian yang satu dengan pengertian yang lain serta kemungkinan-kemungkinan yang ada sehingga mendapat pemecahan masalah.¹²

Berpikir adalah tingkah laku yang menggunakan ide, yaitu suatu proses simbolis.¹³ Beberapa ahli mencoba memberikan definisi berpikir, antara lain:

1. Menurut Ross berpikir merupakan aktivitas mental dalam aspek teori dasar mengenai objek psikologis.
2. Menurut Valentine dalam kajian psikologis berpikir merupakan proses dan pemeliharaan untuk suatu aktivitas yang berisi mengenai “bagaimana” yang dihubungkan dengan gagasan-gagasan yang diarahkan untuk beberapa tujuan yang diharapkan.
3. Menurut Garret berpikir merupakan perilaku yang sering kali tersembunyi didalam lambang atau gambaran, ide konsep yang dilakukan seseorang.
4. Menurut Gilmer berpikir merupakan suatu pemecahan masalah dan proses penggunaan gagasan atau lambang-lambang pengganti suatu aktivitas yang tampak secara fisik.¹⁴

¹² Bimo Walgito, *Pengantar Psikologi Umum*, (Yogyakarta: Andi,2004),hal. 177

¹³Ahmad Fauzi, *Psikologi Umum*,(Bandung : Pustaka Setia,2004), hal 47

¹⁴Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2010), hal.2

Berpikir secara umum dilandasi oleh asumsi aktivitas mental atau intelektual yang melibatkan kesadaran dan subjektivitas individu.¹⁵ Hal ini merujuk ke suatu tindakan pemikiran atau ide-ide. Berpikir juga hampir mendasari semua tindakan manusia dan interaksinya. Oleh karena itu, setiap individu pada situasi dan kondisi tertentu memiliki kebutuhan yaitu berpikir. Berpikir merupakan suatu kegiatan mental yang dialami seseorang bila mereka dihadapkan pada suatu masalah atau situasi yang harus dipecahkan. Berpikir merupakan proses yang dinamis yang dapat dilukiskan menurut proses atau jalannya. proses berpikir terdiri dari 3 langkah yaitu, pembentukan pengertian, pembentukan pendapat dan penarikan kesimpulan.¹⁶

Dalam Islam telah dijelaskan tentang pentingnya berpikir, seperti dalam surat al-baqarah ayat 219

يَسْأَلُونَكَ عَنِ الْخَمْرِ وَالْمَيْسِرِ قُلْ فِيهِمَا قُلٌ فِيهِمَا إِثْمٌ كَبِيرٌ وَ مَنَافِعُ لِلنَّاسِ وَإِثْمُهُمَا
وَيَسْأَلُونَكَ مَاذَا يُنْفِقُونَ قُلِ الْعَفْوَ كَذَلِكَ يُبَيِّنُ اللَّهُ لَكُمْ آيَاتِهِ لَعَلَّكُمْ أَكْبَرُ مِنْ نَفْعِهِمَا

٢١٩: البقرة. *Artinya: Mereka bertanya kepadamu tentang khamar dan judi. Katakanlah: "Pada keduanya terdapat dosa yang besar dan beberapa manfaat bagi manusia, tetapi dosa keduanya lebih besar dari manfaatnya". dan mereka bertanya kepadamu apa yang mereka nafkahkan.*

¹⁵ *Ibid.*, hal 2

¹⁶ Tatag Yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran dan Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreati*(Surabaya: Unesa University Press,2008),hal. 12

Katakanlah: "yang lebih dari keperluan".Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepadamu supaya kamu berfikir.¹⁷

Telah dijelaskan dalam surat Al-Baqarah bahwa untuk mendapatkan pengetahuan tentang dosa dan manfaat dari khamar dan judi, perlu adanya berpikir. Hal ini menunjukkan jika seseorang dihadapkan pada suatu situasi, maka dalam berpikir, orang tersebut akan menyusun hubungan antara bagian-bagian informasi yang direkam sebagai pengertian, kemudian orang tersebut akan membuat kesimpulan yang digunakan untuk membahas atau mencari solusi dari suatu permasalahan.

Ruggieroo mengartikan berpikir sebagai suatu aktivitas mental untuk membantu memformulasikan atau memecahkan masalah, membuat suatu keputusan, memenuhi hasrat keingintahuan (*fullfill a desire understand*).¹⁸ pendapat ini menunjukkan bahwa ketika seseorang merumuskan suatu masalah, memecahkan masalah, ataupun ingin memahami sesuatu maka ia akan melakukan suatu aktivitas berpikir.

Zuhri mengelompokkan proses berpikir menjadi tiga yaitu konseptual, semi konseptual, dan komputasional.¹⁹

1. Proses berpikir konseptual adalah proses berpikir yang selalu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep yang telah dimiliki berdasarkan hasil pelajarannya selama ini. Beberapa indikator untuk menelusuri proses berpikir

¹⁷ Ahmad Hatta, *Tafsir Qur'an Per Kata Dilengkapi dengan Asbabun Nuzul & Terjemah*, (Jakarta: Magfiroh Pustaka, 2011), hal.34

¹⁸Tatag Yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran dan Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreati*(Surabaya: Unesa University Press,2008),hal. 13

¹⁹ *Ibid*, hal. 73

konseptual adalah mampu mengungkapkan apa yang diketahui dalam soal dengan kalimat sendiri, mampu mengungkapkan dengan kalimat sendiri dalam soal, dalam menjawab cenderung menggunakan konsep yang sudah dipelajari, dan mampu menyebutkan unsur-unsur konsep diselesaikan.

2. Proses berpikir semi konseptual adalah proses berpikir yang cenderung menyelesaikan suatu soal dengan menggunakan konsep tetapi mungkin karena pemahamannya terhadap konsep tersebut belum sepenuhnya lengkap maka penyelesaiannya dicampur dengan cara penyelesaian yang menggunakan intuisi. Indikator dalam menelusuri proses berpikir semi konseptual adalah kurang dapat mengungkapkan apa yang diketahui dalam soal dengan kalimat sendiri, kurang mampu mengungkapkan dengan kalimat sendiri yang ditanya dalam soal, dalam menjawab cenderung menggunakan konsep yang sudah dipelajari walaupun tidak lengkap, tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah yang ditempuh.
3. Proses berpikir komputasional adalah proses berpikir yang pada umumnya menyelesaikan suatu soal tidak menggunakan konsep tetapi lebih mengandalkan intuisi. Dengan indikator, tidak dapat mengungkapkan apa yang diketahui dalam soal dengan kalimat sendiri, tidak mampu mengungkapkan dengan kalimat sendiri yang ditanya dalam soal, dalam menjawab cenderung lepas dari konsep yang sudah dipelajari, tidak mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh.

Proses berpikir merupakan urutan kejadian mental yang terjadi secara alamiah atau terencana dan sistematis pada konteks ruang, waktu, media yang

digunakan serta menghasilkan suatu perubahan terhadap objek yang mempengaruhinya. Proses berpikir merupakan peristiwa mencampur, mencocokkan, menggabungkan, menukar, dan mengurutkan konsep-konsep, persepsi-persepsi, dan pengalaman sebelumnya.²⁰

Proses berpikir itu pada pokoknya terdiri dari tiga langkah, yaitu pembentukan pengertian, pembentukan pendapat, dan penarikan kesimpulan. Proses yang dilewati dalam berpikir:

1. Proses pembentukan pengertian, yaitu kita menghilangkan ciri-ciri umum dari sesuatu, sehingga tinggal ciri khas dari sesuatu tersebut.
2. Pembentukan pendapat, yaitu pikiran kita menggabungkan (mengguraikan) beberapa pengertian, sehingga menjadi tanda masalah itu.
3. Pembentukan keputusan, yaitu pikiran kita menggabung-gabungkan pendapat tersebut.
4. Pembentukan kesimpulan, yaitu pikiran kita menarik keputusan-keputusan dari keputusan yang lain.²¹

Apabila seseorang siswa telah berpikir dalam memecahkan suatu permasalahan yang dihadapi, maka pada diri siswa tersebut terjadi proses berpikir yang melalui empat tahapan berpikir yaitu pembentukan pengertian, pembentukan pengertian, pembentukan keputusan dan penarikan kesimpulan. Seorang siswa dalam berpikir dan memecahkan suatu permasalahan maka siswa akan melalui ketiga tahapan sebelum terbentuknya kesimpulan. Selanjutnya tugas dari seorang

²⁰ Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2010), hal.3

²¹Abu Ahmadi, *Psikologi Belajar*. (Jakarta: PT Rineka Cipta, 2004), hal. 31

guru adalah dituntut untuk mampu mengembangkan kemampuan berpikir setiap siswanya, dengan harapan siswanya akan mampu memecahkan masalah dan dapat memberikan pendapat sehingga terbentuklah suatu kesimpulan. Seorang siswa yang mampu memecahkan suatu permasalahan serta dapat menyelesaikannya dengan baik maka dapat dikatakan kemampuan berpikir dan kerja piker siswa tersebut baik.

Proses berpikir akan terjadi dalam diri siswa jika guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk menggunakan kemampuan berpikirnya dengan cara mengajukan pertanyaan kepada siswa yang bertujuan meningkatkan kemampuan berpikir. Salah satu aspek guru yang menunjang untuk meningkatkan kemampuan berpikir siswa adalah dengan memberikan pertanyaan kepada siswa selama proses pembelajaran. Hal ini sesuai dengan pendapat Carin yaitu kemampuan guru mengajukan pertanyaan dapat merangsang kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa.²²

Proses berpikir siswa dapat dikembangkan melalui pelajaran yang memerlukan intelegensi tinggi seperti matematika karena untuk dapat mengerti, memahami, dan memecahkan masalah pada pelajaran tersebut memerlukan proses berpikir yang tinggi.²³ dari pengertian tersebut maka dapat dikatakan bahwa proses berpikir siswa dapat berkembang melalui kebiasaan dalam memecahkan dan menyelesaikan masalah yang dihadapi serta stimulus berupa pertanyaan-pertanyaan yang mampu mengembangkan pola pikirnya.

²² Carrin A.A. *Teaching Modern Science*. (Merril Printice Hall:New Jersey,1997),hal.102

²³ S. Nasution, *Berbagai Pendekatan dalam Proses Belajar Mengajar*,(Bandung: Bumi Aksara,2008),hal.23

Kemampuan berpikir merupakan salah satu factor yang penting yang harus diperhatikan oleh seorang guru. Kemampuan berpikir sebenarnya dapat dilatih sejak dini sesuai dengan pendapat Nasution yang menyatakan bahwa kemampuan berpikir adalah sekumpulan ketrampilan yang kompleks yang dapat dilatih sejak usia dini.²⁴ Berdasarkan hal tersebut maka proses berpikir merupakan proses bertahap yang dapat dikembangkan berdasarkan kebiasaan dan stimulus dari luar sehingga proses berpikir dapat diukur dan dianalisis melalui cara dalam memecahkan dan menyelesaikan masalah.

Dari uraian diatas, dapat disimpulkan bahwa berpikir merupakan proses kegiatan mental seseorang secara bertahap bila dihadapkan pada suatu masalah atau situasi yang harus dipecahkan. Sedangkan proses berpikir merupakan suatu proses pembentukan pengertian, pembentukan pendapat, dan penarikan kesimpulan.

D. TEORI APOS

Teori APOS adalah suatu teori belajar yang lahir dari hipotesis bahwasanya pengetahuan matematika berada dalam kecenderungan individu untuk terlibat dalam situasi masalah matematika dengan cara memanipulasi mental aksi, proses, objek dan mengorganisasi ketiganya dalam skema.²⁵

Dubinsky mengemukakan bahwa sebuah teori untuk mempelajari bagaimana seseorang belajar konsep, yaitu menggunakan teori APOS (*Action, Proses, Object, dan Schema*). Teori APOS hadir sebagai upaya untuk

²⁴ *Ibid*, 24.

²⁵ Ed. Dubinsky, “*Using a Theory of Learning in college Mathematics Course*”, Newaletter, hal. 11

memahami mekanisme abstraksi refleksi yang diperkenalkan oleh Piaget untuk menggambarkan perkembangan berpikir logis anak, dan mengkonstruksi konsep matematika melalui empat tahap, yaitu tahap aksi, proses, objek, dan skema. Menurut Dubinsky kerangka kerja teori APOS dalam mengkonstruksi konsep matematika adalah sebagai berikut:²⁶

An action is transformation of an object which is perceived by the individual as being external. The transformation is carried out by reacting to external cues that give precise details on what steps to take. When an action is repeated, and the individual reflects upon it, it may be interiorized into a process. That is, an internal construction is made that performs the same action, but now not necessarily directed by external stimuli. When an individual reflects on actions applied to a particular process, became aware of the process as a totality, realizes that transformations (whether they be actions or process) can act on it, and is able to actually construct such transformations, then we say the individual has reconstructed this process as a cognitive object. A schema for a certain piece of physics is an individual's collection of actions, processes, objects, and other schema which are linked consciously or unconsciously in a coherent framework in the individual's mind and may be brought to bear upon a problem situation involving that area of physics.

Menyatakan bahwa “Aksi adalah perubahan yang dirasakan oleh individu karena adanya pengaruh dari luar. Perubahan terjadi karena adanya reaksi terhadap isyarat dari luar yang memberikan rincian tepat tentang langkah-langkah yang harus diambil. Ketika aksi diulang-ulang kemudian individu merenungkan akan proses pengulangan tersebut, langkah ini berubah menjadi proses. Artinya konstruksi internal yang dibuat dengan melakukan tindakan yang sama, tetapi belum tentu tindakannya diarahkan oleh rangsangan dari luar. Ketika seseorang mencerminkan pada tindakan yang diterapkan pada proses tertentu, dan menjadi sadar akan proses sebagai suatu totalitas, serta menyadari bahwa perubahan dapat

²⁶Mulyono, “ Proses Berfikir Mahasiswa dalam Mengkonstruksi Konsep Matematika ”, *Jurusan Matematika. Jurnal FMIPA UNNES*. Jurnal FMIPA UNNES. Tersedia di <http://journal.UNNES.ac.id/index.php/jrpm/article/view/2679/2232>., hlm. 2.

bertindak di atasnya, dan dapat pula benar-benar membangun transformasi tersebut, maka kita mengatakan individu telah merekonstruksi proses ini sebagai *objek kognitif*. Sebuah *skema* untuk bagian tertentu dari matematika adalah kumpulan *aksi, proses, objek* yang terhubung secara sadar dalam kerangka yang koheren dalam pikiran individu dan digunakan untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan daerah fisik tersebut.

Ed Dubinsky sebagai pengembang Teori APOS mendasarkan teorinya pada pandangan bahwa pengetahuan dan pemahaman matematika seseorang merupakan suatu kecenderungan seseorang untuk merespon terhadap suatu situasi matematika dan merefleksikannya pada konteks sosial. Selanjutnya individu tersebut mengkonstruksi atau merekonstruksi ide-ide melalui tindakan, proses dan objek matematika, yang kemudian diorganisasikan dalam suatu skema untuk dapat dimanfaatkannya dalam menyelesaikan suatu masalah yang dihadapi. Berkaitan dengan paradigma tersebut bahwa dalam menyelesaikan suatu masalah matematika, terdapat dua hal yang harus dimiliki seseorang yaitu mengerti konsep dan memanfaatkannya ketika diperlukan. Sedangkan, tujuan yang ingin dicapai dari teori APOS adalah terbentuknya konstruksi mental siswa. Yang dimaksud *konstruksi mental* dalam konteks ini adalah terbentuknya aksi (*action*), yang direnungkan (*interiorized*) menjadi proses (*process*), selanjutnya dirangkum (*encapsulated*) menjadi objek (*object*), objek dapat diurai kembali (*de-*

encapsulated) menjadi *proses*. *Aksi*, *proses* dan *objek* dapat diorganisasi menjadi suatu skema (*schema*), yang selanjutnya disingkat menjadi APOS.²⁷

Demikian halnya dengan matematika, karena matematika juga merupakan materi yang juga memerlukan pemahaman konsep dan juga pengaplikasiannya pada kehidupan. Dalam matematika, konsep-konsep yang dipelajari merupakan aktivitas insani dan harus dikaitkan dengan realitas. Dengan demikian, matematika merupakan cara berpikir logis yang dipresentasikan dalam aturan-aturan yang sudah ada. Agar kemampuan matematika siswa dapat berkembang maka harus ada peningkatan kemampuan pemahaman siswa.²⁸ Menurut filsafat konstruktifisme, pemahaman adalah *bentukan* (konstruksi) kita sendiri yang sedang menekuninya. Bila yang menekuni adalah peserta didik yang mempelajari matematika, maka pemahaman itu adalah bentukan dari peserta didik itu sendiri dalam mempelajari matematika. Peserta didik mendapatkan pengetahuan matematika tentang suatu objek dengan mengerjakan atau bertindak terhadap objek itu melalui indera serta pola pikirnya.²⁹

Konstruksi pemahaman menurut Piaget yaitu, bahwasannya manusia akan dapat memahami sesuatu jika dia langsung melihat, mendengar, menjamah, membau, atau merasakan objek yang dia sedang pahami. Pemahaman bukanlah sesuatu yang sudah ditentukan, tetapi sesuatu proses pembentukan pola pikir, artinya semakin banyak individu tersebut bersinggungan dengan objek maka

²⁷ Ed. Dubinsky, “*Using a Theory of Learning in college Mathematics Course*”, (Newletter:2000), hal. 11.

²⁸ Ahmad Susanto, *Teori Belajar dan Pembelajaran di Sekolah Dasar*, (Jakarta: Prenadamedia Group, 2013), hal 194

²⁹ Sugiyono, *Metode Penelitian Pendidikan(Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, R&D)*, (Bandung: Alfabeta, 2010), hlm. 8.

semakin paham dia akan objek. Selain intensitas singgungan, ada lagi faktor yang mempengaruhi tingkat pemahaman individu akan objek yaitu, konstruksi pengetahuan seseorang yang telah ada sebelumnya dan jaringan struktur kognitif yang dimilikinya. Artinya bahwa proses dan hasil konstruksi pengetahuan yang telah dimiliki seseorang akan menjadi pembatas konstruksi pemahaman yang akan datang. Keterbatasan pengalaman seseorang pada suatu hal juga akan membatasi pemahaman akan hal tersebut.³⁰

Seperti halnya aliran konstruktifisme yang mengatakan bahwa tingkatan pengetahuan seseorang dalam memahami suatu objek adalah seberapa banyak dia bersinggungan dengan objek dan seberapa besar modal untuk dia memahami objek. Dubinsky dengan teori APOS-nya mengatakan bahwa tingkatan pemahaman seseorang dalam hal ini yaitu peserta didik yang sedang mempelajari materi matematika bab persamaan linier dua variabel adalah sebagai berikut:³¹

1. Aksi

Aksi (*action*) adalah transformasi dari objek-objek yang dipelajari dan yang dirasakan oleh siswa sebagai bagian eksternal dan sebagai kebutuhan secara eksplisit dari memori, instruksi tahap demi tahap tentang bagaimana melakukan operasi. Pada tahap ini kinerja peserta didik hanya pada tahap aktivitas prosedural. Peserta didik yang hanya mencapai tahap ini hanya mampu mengerjakan soal sesuai dengan asumsi mereka, tanpa mengetahui materi atau bahkan rumus untuk mengerjakan soalnya. Pada tahap ini siswa masih membutuhkan bimbingan untuk melakukan transformasi, baik secara

³⁰ Asri Budiningsih, *Belajar dan Pembelajaran*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2012), hal. 57-58.

³¹ Ed. Dubinsky, "Using a Theory of Learning in college Mathematics Course", (Newletter:2000), hal. 12

fisik ataupun mental objek. Misalnya diajukan suatu persoalan, Harga total sebuah coklat (x) dan permen (y) adalah Rp. 1.200 (seribu dua ratus rupiah), dengan rincian harga coklat Rp.1.000 (seribu rupiah) lebih mahal dibanding harga permen. Berapa harga permen tersebut?. Maka peserta didik tersebut hanya mengerjakan soal dengan asumsi pengalaman mereka tanpa mengetahui akan makna dan rumus untuk mencarinya. Ketergantungan melakukan aktivitas prosedural, akan mengakibatkan munculnya strategi yang memerlukan waktu yang lama dan tidak efektif. Hal lain yang mungkin menyebabkan, siswa hanya melakukan kegiatan prosedural untuk menyelesaikan persoalan matematika adalah siswa tersebut tidak memahami konsep matematika dan pengaplikasiannya. Akibatnya siswa tidak dapat menyelesaikan soal yang berhubungan dengan pemahaman konsep tentang persamaan linier dua variabel.

2. Interiorisasi dari aksi ke proses

Interiorisasi merupakan perubahan dari suatu kegiatan prosedural untuk mampu melakukan kembali kegiatan itu dalam mengimajinasikan beberapa pengertian yang berpengaruh terhadap kondisi yang dihasilkan. Dengan kata lain, apabila aksi dilakukan secara berulang dan dilakukan refleksi atas aksi itu, maka aksi-aksi tersebut telah diinteriorisasikan menjadi suatu proses. Misalkan, jika peserta didik tersebut diberi soal yang sama pada tahap aksi dia akan mampu menyelesaikan soalnya dengan cara dan metode penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel seperti metode yang telah ada sebelumnya di buku.

3. Enkapsulasi dari Proses ke Objek

Jika suatu proses dapat ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi objek. Enkapsulasi proses menentukan nilai kedua variabel ditunjukkan jika peserta didik tersebut mampu menjelaskan hubungan antara variabel satu dengan lainnya sehingga bisa menentukan nilai keduanya. Dalam tahap ini, menurut kerangka teori APOS, peserta didik sudah mampu menjelaskan makna konseptual persamaan linier dua variabel.

4. Skema

Skema adalah kumpulan aksi, proses, objek, dan mungkin skema lain yang dihubungkan dengan beberapa prinsip umum untuk membentuk kerangka berpikir siswa dalam menyelesaikan konsep yang berhubungan dengan apa yang dipelajarinya.

Konstruksi yang mengkaitkan aksi, proses, dan objek yang terpisah untuk suatu objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema tertentu disebut tematisasi. Atau biasa dikatakan bahwa peserta didik yang sudah mencapai tahap ini yaitu peserta didik yang telah dapat mengkonstruksi suatu koordinasi yang mengaitkan aksi, proses, atau objek yang terpisah untuk menyelesaikan suatu persoalan persamaan linier dua variabel (SPLDV). Atau sudah mampu memahami makna konseptual dari materi persamaan linier dua variabel (SPLDV) serta mengaplikasikannya pada kehidupan sehari-hari. Contohnya, siswa mampu mencari himpunan penyelesaian dari masalah Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dengan

mengintegrasikan definisi, theorema, dan metode-metode penyelesaian, serta pengetahuan tentang persamaan linear yang telah mereka dapat sebelumnya.

Keempat komponen dari teori APOS, yaitu aksi, proses, objek, dan skema telah dibahas pengertiannya secara hirarkis (berurutan). Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan. Namun pada kenyataannya, ketika seseorang mengembangkan pemahamannya terhadap suatu konsep matematika, konstruksi tersebut tidaklah selamanya dilakukan secara linear. Misalnya, ketika seseorang dihadapkan pada suatu soal sistem persamaan linear dua variabel, maka kemungkinan dia tidak mulai dari tahap aksi tetapi mulai dari tahap objek kemudian baru tahap lainnya.

E. BERPIKIR BERDASARKAN TEORI APOS

Berpikir merupakan aktivitas mental kognitif yang berwujud mengolah atau memanipulasi informasi dari lingkungan dengan simbol-simbol atau materi-materi yang disimpan dalam ingatannya khususnya yang ada dalam *long term memory* yang kemudian mengaitkan pengertian yang satu dengan pengertian yang lain serta kemungkinan-kemungkinan yang ada sehingga mendapat pemecahan masalah.³²

Berdasarkan pengelompokan oleh Zuhri proses berpikir terbagi menjadi tiga yaitu konseptual, semi konseptual, dan komputasional. Proses berpikir konseptual adalah proses berpikir yang selalu menyelesaikan soal dengan

³² Bimo Walgito, *Pengantar Psikologi Umum*, (Yogyakarta: Andi, 2004), hal. 177

menggunakan konsep yang telah dimiliki berdasarkan hasil pelajarannya selama ini. Proses berpikir semi konseptual adalah proses berpikir yang cenderung menyelesaikan suatu soal dengan menggunakan konsep tetapi mungkin karena pemahamannya terhadap konsep tersebut belum sepenuhnya lengkap maka penyelesaiannya dicampur dengan cara penyelesaian yang menggunakan intuisi. Proses berpikir komputasional adalah proses berpikir yang pada umumnya menyelesaikan suatu soal tidak menggunakan konsep tetapi lebih mengandalkan intuisi.³³

Sedangkan teori APOS adalah suatu teori belajar yang lahir dari hipotesis bahwasanya pengetahuan matematika berada dalam kecenderungan individu untuk terlibat dalam situasi masalah matematika dengan cara memanipulasi mental aksi, proses, objek dan mengorganisasi ketiganya dalam skema.³⁴ Ed Dubinsky sebagai pengembang Teori APOS mendasarkan teorinya pada pandangan bahwa pengetahuan dan pemahaman matematika seseorang merupakan suatu kecenderungan seseorang untuk merespon terhadap suatu situasi matematika dan merefleksikannya pada konteks sosial. Selanjutnya individu tersebut mengkonstruksi atau merekonstruksi ide-ide melalui tindakan, proses dan objek matematika, yang kemudian diorganisasikan dalam suatu skema untuk dapat dimanfaatkannya dalam menyelesaikan suatu masalah yang dihadapi.

Sehingga, yang dimaksud berpikir berdasarkan teori APOS adalah aktivitas mental kognitif dalam mengolah situasi masalah matematika dengan cara memanipulasi mental aksi, proses, objek dan mengorganisasi ketiganya dalam

³³ *Ibid*, hal. 73

³⁴ Ed. Dubinsky, “*Using a Theory of Learning in college Mathematics Course*”, (Newletter:2000), hal. 11

skema dan merefleksikannya pada konteks sosial. Berikut tabel indikator berpikir berdasarkan teori APOS:³⁵

Tabel 2.1 Indikator Berpikir Berdasarkan Teori APOS.

No	Tahap	Indikator/ Kriteria
1.	Aksi (Aktivitas Prosedural)	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa dapat melakukan aktivitas berdasarkan algoritma secara eksplisit • Melakukan tindakan sebagai hal eksternal diluar dirinya (tanpa sadar) • Siswa hanya menghitung berdasarkan formula • Kinerja pada tahap ini berupa aktivitas prosedural • Proses berpikir pada tahap ini adalah komputasional
2.	Proses (Pemahaman Prosedural)	<ul style="list-style-type: none"> • Sebagian aktivitas yang dilakukan siswa hanya dilakukan dalam pikiran tanpa benar-benar mengerjakan semua tahapan- tahapan pekerjaan • Melakukan aktivitas sebagai hal internal dan dibawah kontrol • Dalam mengerjakan siswa belum melibatkan definisi, sifat-sifat (teorema) yang mendasari tiap langkah pekerjaanya • Proses berpikir pada tahap ini berupa berpikir semi konseptual
3.	Obyek (Pemahaman konseptual)	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa mampu memberi alasan pekerjaanya berdasarkan definisi, sifat, theorema, dalil, dan lain-lain • Proses berpikir pada tahap ini berupa berpikir konseptual
4.	Skema (Pengintegrasian konsep matematika)	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa mampu mengaitkan konsep sistem persamaan linear dua variabel dengan konsep matematika yang lain yang mendukung dalam menintegrasikan unit-unit yang terpisah menjadi suatu unit konseptual

F. KEMAMPUAN MATEMATIKA

Didalam kamus bahasa Indonesia, kemampuan berasal dari kata “mampu” yang berarti kuasa (bisa, sanggup, melakukan sesuatu, dapat, berada, kaya, mempunyai harta berlebihan). Kemampuan adalah suatu kesanggupan

³⁵ Laela Fitriana, *Analisis Pemahaman Siswa Berdasarkan Konsep Limit Fungsi Berdasarkan Teori APOS Ditinjau Dari Gaya Kognitif di kelas XI IPA 2 MAN Rejotangan Tahun Ajaran 2012/2013*, Tulungagung: Skripsi Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan Institut Agama Islam Negeri Tulungagung, 2013

dalam melakukan sesuatu. Seseorang dikatakan mampu apabila ia bisa melakukan sesuatu yang harus ia lakukan.

Caplin menyatakan bahwa *ability* (kemampuan, kecakapan, ketangkasan, bakat, kesanggupan) merupakan tenaga daya kekuatan untuk melakukan suatu perbuatan. Adapula pendapat lain menurut Akhmat Sudrajat adalah menghubungkan kemampuan dengan kata kecakapan. Setiap individu memiliki kecakapan yang berbeda-beda dalam melakukan suatu tindakan. Kecakapan ini mempengaruhi potensi yang ada dalam diri individu tersebut. Proses pembelajaran yang mengharuskan siswa mengoptimalkan segala kecakapan yang dimiliki.³⁶

Kemampuan juga bisa disebut dengan kompetensi. Kata kompetensi berasal dari bahasa Inggris "*competence*" yang berarti *ability, power, authority, skill, knowledge*, dan kecakapan, kemampuan serta wewenang. Jadi kata kompetensi dari kata *competent* yang berarti memiliki kemampuan dan keterampilan dalam bidangnya sehingga ia mempunyai kewenangan atau otoritas untuk melakukan sesuatu dalam batas ilmunya tersebut.

Kompetensi merupakan perpaduan dari tiga domain pendidikan yang meliputi ranah pengetahuan, ketrampilan dan sikap yang terbentuk dalam pola berpikir dan bertindak dalam kehidupan sehari-hari. Atas dasar ini, kompetensi dapat berarti pengetahuan, ketrampilan dan kemampuan yang dikuasai oleh

³⁶ Sriyanto, *Pengertian Kemampuan*, (online).<http://ian43.wordpress.com/2010/12/23/pengertian-kemampuan/> / (diakses pada 23 Desember 2010)

seseorang yang telah menjadi bagian dari dirinya sehingga ia dapat melakukan perilaku-perilaku kognitif, afektif dan psikomotorik dengan sebaik-baiknya.³⁷

Pengertian-pengertian tersebut diatas, dapat disimpulkan bahwa kemampuan (*ability*) adalah kecakapan atau potensi menguasai suatu keahlian yang merupakan bawaan sejak lahir atau merupakan hasil latihan atau praktek dan digunakan untuk mengerjakan sesuatu yang diwujudkan melalui tindakannya.

Robbins menyatakan bahwa kemampuan terdiri dari dua faktor, yaitu:³⁸

1. Kemampuan Intelektual

Kemampuan intelektual adalah kemampuan yang dibutuhkan untuk melakukan berbagai aktivitas mental, berpikir, menalar dan memecahkan masalah.

2. Kemampuan Fisik

Kemampuan fisik adalah kemampuan tugas-tugas yang menuntut stamina, keterampilan, kekuatan dan karakteristik serupa.

Aspek kognitif dalam pembelajaran matematika mencakup perilaku-perilaku yang menekankan aspek intelektual seperti kemampuan matematika, yaitu pengetahuan dan ketrampilan dasar yang diperlukan untuk dapat melakukan manipulasi matematika dan kemampuan berpikir dalam matematika.³⁹

Sedangkan menurut Tambuna menyatakan bahwa kemampuan matematika adalah sebagai keterampilan (*skill*) yang dimiliki seseorang untuk

³⁷ Suja'I, *Inovasi Pembelajaran Bahasa Arab*, (Semarang: Walisongo Press, 2008), 14-15.

³⁸ Universitas Petra. *Pengertian Kemampuan (ability)*. (online). <http://digilib.petra.ac.id> (diakses 1 Mei 2011)

³⁹ Karunia Eka Lestari, *Penelitian Pendidikan Matematika*, (Bandung: PT. Refika Aditama, 2015), hal.80

dapat menyelesaikan soal matematika artinya, bila seseorang terampil dengan benar menyelesaikan soal matematika maka orang tersebut memiliki kemampuan dalam menyelesaikan soal matematika. Kemampuan matematika tersebut mempengaruhi proses berpikir siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika karena setiap siswa memiliki kemampuan matematika yang berbeda-beda, terdapat siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Akibatnya proses berpikir masing-masing siswa juga berbeda.⁴⁰

Sedangkan, yang dimaksudkan kemampuan matematika dalam penelitian ini adalah kemampuan dan ketrampilan siswa dalam menyelesaikan soal-soal ulangan harian pada materi sistem persamaan linear dua variabel dengan memadukan berbagai definisi, teorema, dan metode-metode penyelesaian, serta pengetahuan tentang persamaan linear yang telah mereka dapat sebelumnya.

Dilihat berdasarkan nilai ulangan harian siswa kelas VIII E MTs. Al-Ma'arif Tulungagung pada materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel, maka kemampuan matematika siswa kelas VIII E MTs. Al- Ma'arif Tulungagung terbagi menjadi tiga, antara lain:

1. Kemampuan matematika tinggi, yaitu siswa kelas VIII E MTs. Al- Ma'arif Tulungagung yang mendapat nilai ulangan harian ≥ 80 .
2. Kemampuan matematika sedang, yaitu siswa kelas VIII E MTs. Al- Ma'arif Tulungagung yang mendapat nilai ulangan harian ≥ 75 dan < 80 .
3. Kemampuan matematika rendah, yaitu siswa kelas VIII E MTs. Al- Ma'arif Tulungagung yang mendapat nilai ulangan harian < 75 .

⁴⁰ Lailatul Mubarakah, *Proses Berpikir siswa dalam menyelesaikan soal cerita* Ditinjau dari Kemampuan Matematika, (Jurnal Pendidikan Matematika STKIP PGRI Sidoarjo), hal. 75

G. SISTEM PERSAMAAN LINIER DUA VARIABEL

1. Pengertian Persamaan Linear Dua Variabel

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel adalah sistem persamaan yang mengandung paling sedikit sepasang (dua buah) persamaan linear dengan dua variabel, dimana pangkat tertinggi dari variabelnya adalah satu.⁴¹ Jika variabel tersebut adalah x dan y , maka bentuk umum persamaan linear dua variabel (SPLDV) dapat ditulis sebagai berikut:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

Dengan $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ adalah bilangan real (\mathbb{R}), dan a_1, b_1 tidak secara bersama-sama sama dengan 0, dan a_2, b_2 tidak secara bersama-sama sama dengan 0. Jika $c_1 = c_2 = 0$ maka SPLDV disebut homogen, sedangkan jika $c_1 = 0$ atau $c_2 = 0$ maka SPLDV tidak homogen.⁴²

Jika $x = x_0$ dan $y = y_0$ maka pasangan terurut dapat dituliskan (x_0, y_0) disebut penyelesaian SPLDV dan himpunan yang beranggotakan penyelesaian SPLDV itu disebut himpunan penyelesaian. Penyelesaian SPLDV dapat ditentukan dengan beberapa cara, diantaranya adalah metode substitusi, eliminasi, campuran (substitusi dan eliminasi), dan grafik.⁴³

Dari uraian kajian teori diatas, maka dalam penelitian ini akan menggunakan teori APOS untuk menganalisis proses berpikir siswa pada

⁴¹ Zaelani. A dkk, *Bank Soal Matematika untuk SMA/MA*, (Bandung: Yrama Widya,2012),hal.88

⁴² Ari Y. Rosihan, *Persepektif Matematika 1*, (Solo: PT. Tiga Serangkai Pustaka Mandiri,2008), hal.102

⁴³ *Ibid*, hal.101

materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel ditinjau dari kemampuan matematika.

Adapun indikator pola pikir siswa berdasarkan teori APOS pada penelitian ini adalah:

a. Tahap Aksi

Indikator pola pikir pada tahap aksi adalah:

- 1) Mampu mendefinisikan pengertian persamaan linear dua variabel
- 2) Mampu membedakan contoh dan bukan contoh sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV)
- 3) Mampu mensubstitusikan nilai tertentu ke dalam suatu Sistem Persamaan Linear Dua Variabel untuk menguji nilai tersebut, apakah termasuk himpunan penyelesaian atau bukan himpunan penyelesaian.

b. Tahap Proses

Indikator pola pikir pada tahap proses ini adalah:

- 1) Mampu menentukan himpunan penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel
- 2) Mampu menggunakan metode lain yang belum pernah diajarkan untuk menentukan himpunan penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua variabel

c. Tahap Objek

Indikator pola pikir pada tahap objek ini adalah:

- 1) Mampu menentukan himpunan dari Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dari grafik yang diberikan
- 2) Mampu menentukan himpunan penyelesaian dari Sistem Persamaan Linear Dua Variabel berdasarkan karakteristik dari sistem persamaan linear dua variabel yang diberikan

d. Tahap Skema

Indikator pola pikir pada tahap skema ini adalah:

- 1) Mampu mengubah kalimat verbal ke dalam kalimat matematika dengan membuat model matematika dari masalah Sistem Persamaan Linear Dua Variabel
- 2) Mampu menggunakan konsep serta prosedur dalam menyelesaikan soal cerita Sistem Persamaan Linear Dua Variabel
- 3) Mampu mensubstitusikan nilai tertentu ke dalam suatu Sistem Persamaan Linear Dua Variabel untuk menguji nilai tersebut, apakah termasuk himpunan penyelesaian atau bukan himpunan penyelesaian.

2. Cara Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Untuk menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dapat menggunakan metode, antara lain: Metode Substitusi, Metode Eliminasi, Metode Campuran (Eliminasi – Substitusi) Dan Metode Grafik.

Misalkan:

Anita dan Wati membeli bakso ditempat yang sama, Anita membeli 3 mangkok bakso dan 2 gelas es degan, sedangkan Wati membeli 2 mangkok

bakso dan 2 gelas es degan. Anita harus membayar 12.000 sedangkan Wati membayar 9.000. ketika pulang mereka kebingungan memikirkan berapa harga 1 mangkok bakso dan 1 gelas es degan. Selesaikan permasalahan diatas
Jawab:

Misal x mewakili harga 1 mangkok bakso dan y mewakili harga 1 gelas es degan. Maka akan diperoleh persamaan linear dengan dua variabel sebagai berikut:

Untuk Anita : $3x + 2y = 12.000$ (persamaan *i*)

Untuk Wati : $2x + 2y = 9.000$ (persamaan *ii*)

a. Metode Substitusi

Penyelesaian dengan metode substitusi/ penggantian:

$$3x + 2y = 12.000$$

$$\leftrightarrow 2y = 12.000 - 3x$$

Selanjutnya $2y = 12.000 - 3x$ kita substitusikan pada persamaan *ii* yaitu:

$$2x + 2y = 9.000$$

$$\leftrightarrow 2x + (12.000 - 3x) = 9.000$$

$$\leftrightarrow 2x + 12.000 - 3x = 9.000$$

$$\leftrightarrow 2x - 3x = 9.000 - 12.000 \text{ (kurangi kedua ruas dengan 12.000)}$$

$$\leftrightarrow -x = -3.000$$

$$\leftrightarrow x = 3.000 \text{ (kalikan kedua ruasa dengan -1)}$$

Kemudian untuk menentukan nilai y kita substitusikan nilai $x = 3.000$ pada persamaan *ii*, yaitu:

$$2x + 2y = 9.000$$

$$\leftrightarrow 2(3.000) + 2y = 9.000 \text{ (ganti nilai } x \text{ dengan } 3.000)$$

$$\leftrightarrow 6.000 + 2y = 9.000$$

$$\leftrightarrow 2y = 9.000 - 6.000 \text{ (kurangi kedua ruas dengan } 6.000)$$

$$\leftrightarrow 2y = 3.000$$

$$\leftrightarrow y = 1.500 \text{ (bagi kedua ruas dengan } 2)$$

Jadi harga semangkok bakso = 3.000 dan 1 gelas es degan = 1.500. jadi

Hp

(himpunan penyelesaiannya adalah: { 3.000, 1.500 }

b. Metode Eliminasi

Langkah- langkah penyelesaiannya:

- 1) Pilih peubah yang nilainya paling sederhana
- 2) Samakan koefisien kedua persamaan. Misalkan x nya atau y nya saja.
- 3) Eliminasi peubah x sehingga diperoleh nilai y, atau eliminasi peubah y sehingga diperoleh nilai x.

Contoh seperti permasalahan diatas:

$$\text{Untuk Anita : } 3x + 2y = 12.000 \text{ (persamaan i)}$$

$$\text{Untuk Wati : } 2x + 2y = 9.000 \text{ (persamaan ii)}$$

Eliminasi y karena koefisien y sudah sama.

$$3x + 2y = 12.000$$

$$2x + 2y = 9.000$$

$$x - 0 = 3.000$$

$$x = 3.000$$

Eliminasi x

$$3x + 2y = 12.000 \quad (\times 2) \leftrightarrow 6x + 4y = 24.000$$

$$2x + 2y = 9.000 \quad (\times 3) \leftrightarrow 6x + 6y = 27.000$$

$$0 - 2y = - 3.000$$

$$- 2y = -3.000$$

$$y = 1.500$$

jadi Hp (himpunan penyelesaiannya adalah: { 3.000, 1.500})

c. Metode Campuran (Substitusi-Eliminasi)

Contoh seperti permasalahan diatas:

$$\text{Untuk Anita : } 3x + 2y = 12.000 \quad (\text{persamaan } i)$$

$$\text{Untuk Wati : } 2x + 2y = 9.000 \quad (\text{persamaan } ii)$$

Eliminasi y karena koefisien y sudah sama.

$$3x + 2y = 12.000$$

$$2x + 2y = 9.000$$

$$x - 0 = 3.000$$

$$x = 3.000$$

Substitusikan nilai $x = 3.000$ pada persamaan (ii) yaitu $2x + 2y = 9.000$

$$2x + 2y = 9.000$$

$$2 \cdot (3.000) + 2y = 9.000$$

$$6.000 + 2y = 9.000$$

$$2y = 9.000 - 6.000$$

$$2y = 3.000$$

$$y = 1.500$$

jadi Hp himpunan penyelesaiannya adalah: { 3.000, 1.500 }

d. Metode Grafik

Misalkan: $2x + y = 4$

$$x + y = 3$$

Tentukan himpunan penyelesaiannya:

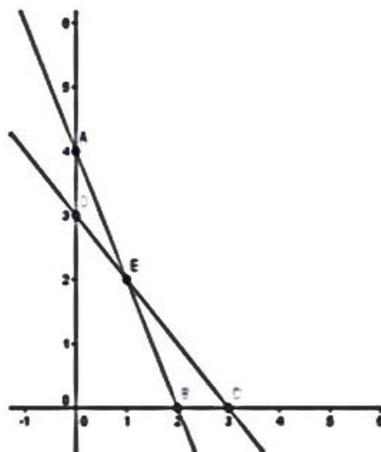
$$2x + y = 4$$

X	0	2
Y	4	0
(x,y)	(0,4)	(2,0)

$$x + y = 3$$

X	0	3
Y	3	0
(x,y)	(0,3)	(3,0)

grafik dari kedua persamaan diatas :



Kedua garis berpotongan dititik (1, 2), sehingga himpunan penyelesaian dari sistem persamaan tersebut adalah { (1, 2) }.

H. PENELITIAN TERDAHULU

Penelitian yang berhubungan dengan analisis berpikir siswa berdasarkan teori APOS dalam menyelesaikan soal matematika, dilaporkan peneliti sebagai berikut:

1. Penelitian oleh Lasmi Nurdin pada tahun 2005.⁴⁴ Penelitian ini mendeskripsikan tentang tingkat pemahaman siswa tentang barisan dan deret pada SMA Laboratorium Universitas Negeri Malang berdasarkan kerangka teori APOS (*Action, Processes, Object, and Schema*). Adapun data yang dikumpulkan dalam penelitian ini adalah tingkat pemahaman siswa tentang barisan berdasarkan kerangka teori APOS yang diperoleh dari tes tertulis dari 32 orang siswa, sedangkan melalui wawancara terhadap 9 subjek diperoleh informasi yang lebih mendalam dan komprehensif tentang tingkat pemahaman siswa terhadap barisan menurut kerangka teori APOS. Hasil penelitian ini, menunjukkan bahwa tingkat pemahaman siswa tentang barisan berada pada empat tahap tertentu dari kerangka teori APOS, yaitu aksi, proses, objek, dan skema.
2. Penelitian yang dilakukan oleh Maryono pada tahun 2008.⁴⁵ Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tingkat pemahaman mahasiswa tentang konsep keterbagian bilangan bulat dan strategi kognitif yang digunakan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal tentang keterbagian bilangan bulat. Peneliti mendeskripsikan tingkat pemahaman subjek tersebut dengan menggunakan

⁴⁴ Lasmi Nurdin, *Proposal Penelitian Tingkat Pemahaman dengan Menggunakan Teori APOS*, <http://bagah.files.wordpress.com/2012/06/analisis-siswa-tentang-barisan-berdasarkan-teori-apos.pdf> (diakses 25 september 2017)

⁴⁵ Maryono. 2008. *Eksplorasi Pemahaman Mahasiswa Mengenai Konsep Keterbagian Bilangan Bulat*. Malang: Universitas Negeri Malang. tesis tidak diterbitkan

teori APOS yang dikaitkan dengan Teori Triad perkembangan skema. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa Sekolah Tinggi Agama Islam (STAIN) Tulungagung jurusan matematika dan mengambil 15 mahasiswa sebagai subjek wawancara. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa secara umum tingkat pemahaman mahasiswa berada pada tahap objek, yaitu mahasiswa sudah mampu menggunakan definisi, dalil-dalil, atau sifat-sifat yang ada pada keterbagian bilangan bulat untuk menyelesaikan soal.

3. Penelitian oleh Laela Abdilla Qonita pada tahun 2013.⁴⁶ Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan tingkat pemahaman dan strategi kognitif siswa yang memiliki gaya kognitif *field dependent* (FD) dan *field independent* (FI) dalam menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan konsep limit fungsi berdasarkan kerangka teori APOS pada siswa kelas XI IPA 2 MAN Rejotangan. Subjek penelitian ini adalah 40 siswa dengan mengambil 15 siswa sebagai subjek wawancara. Hasil penelitian ini disimpulkan secara umum bahwa pemahaman siswa GK-FD dan GK-FI berada pada tahap aksi, yaitu siswa belum mampu menggunakan metode limit fungsi untuk menentukan nilai limit fungsi. Pada umumnya strategi kognitif yang diterapkan oleh siswa GK-FI dan GK-FD dalam menyelesaikan soal-soal limit fungsi ini berbeda. Siswa GK-FI memiliki alur berpikir yang lebih terstruktur bila dibanding dengan GK-FD. Hal ini terlihat pada cara pandang

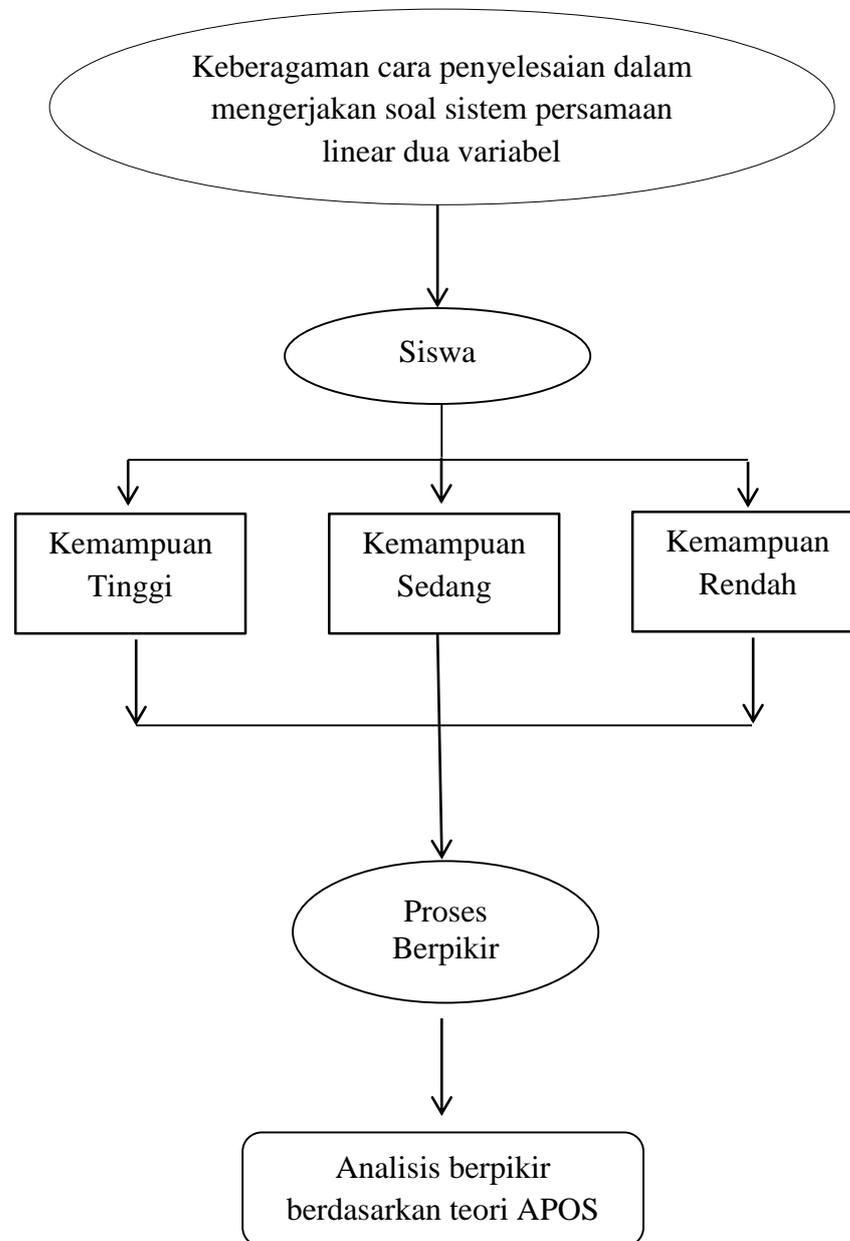
⁴⁶ Laela Fitriana, *Analisis Pemahaman Siswa Berdasarkan Konsep Limit Fungsi Berdasarkan Teori APOS Ditinjau Dari Gaya Kognitif di kelas XI IPA 2 MAN Rejotangan Tahun Ajaran 2012/2013*, Tulungagung: Skripsi Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan Institut Agama Islam Negeri Tulungagung, 2013

mereka mengenai bentuk tak tentu suatu limit. Berikut tabel letak perbedaan penelitian terdahulu dan sekarang:

Tabel 2.2 Letak Perbedaan Penelitian Terdahulu Dan Sekarang

No.	Aspek	Penelitian Terdahulu Oleh-			Penelitian Sekarang
		Lasmi Nurdin (2005)	Maryono (2008)	Laela Abdilla Q. (2013)	
1.	Judul	Proposal Penelitian Tingkat Pemahaman dengan Menggunakan Teori APOS	Analisis Pemahaman Mahasiswa Jurusan Matematika STAIN Tulungagung Tentang Konsep Keterbagian Bilangan Bulat Berdasarkan Teori APOS	Analisis Pemahaman Siswa Berdasarkan Konsep Limit Fungsi Berdasarkan Teori APOS Ditinjau Dari Gaya Kognitif di kelas XI IPA 2 MAN Rejotangan Tahun Ajaran 2012/2013	Analisis Berpikir Siswa Berdasarkan Teori APOS Ditinjau Dari Kemampuan Matematika Siswa Kelas Viii E Mts Al Ma'arif Tulungagung Pada Materi Sistem Persamaan Linier Dua Variabel
2.	Predikat	Pemahaman	Pemahaman	Pemahaman	Proses berpikir
3.	Teori	APOS	APOS	APOS	APOS
4.	Subjek	Siswa SMA Laboratorium Universitas Negeri Malang	Mahasiswa jurusan Matematika STAIN Tulungagung	Siswa kelas XI IPA 2 MAN Rejotangan	Siswa kelas VIII E MTs Al Ma'arif Tulungagung
5.	Materi	Barisan dan deret	Konsep keterbagian bilangan bulat	Limit fungsi	Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

I. PARADIGMA PENELITIAN



Bagan 2.1 Paradigma Berpikir Penelitian

Adanya keberagaman cara penyelesaian soal Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) antara siswa berkemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah menunjukkan adanya perbedaan proses berpikir siswa yang dianalisis berdasarkan teori APOS.