

## **BAB V**

### **PEMBAHASAN**

#### **A. Proses Berpikir Siswa yang Memiliki Kemampuan Matematika Tinggi**

Siswa dengan kemampuan matematika tinggi pada penelitian ini sudah mampu menyelesaikan soal 1, 2, dan 3 dengan baik. Ada langkah dan jawaban yang kurang tepat tetapi secara keseluruhan mampu menyelesaikan soal yang diberikan. Tahapan berpikir berdasarkan teori APOS siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi berada pada tahapan aksi, proses, dan objek. Berikut akan dijelaskan proses berpikir siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi berdasarkan tahapan teori APOS:

##### **1. Aksi**

Pada tahap aksi siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi secara umum berpikir secara komputasional dalam menyelesaikan soal, melakukan tindakan sebagai hal eksternal diluar dirinya. siswa hanya mengerjakan soal sesuai dengan asumsi mereka, tanpa mengetahui materi atau bahkan rumus untuk mengerjakan soalnya sehingga siswa masih membutuhkan bimbingan. Hal ini sesuai dengan yang mengatakan bahwa aksi (action) adalah transformasi dari objek-objek yang dipelajari dan yang dirasakan oleh siswa sebagai bagian eksternal dan sebagai kebutuhan, secara eksplisit dari memori, instruksi tahap demi tahap tentang bagaimana melakukan operasi. Dengan kata lain, aksi adalah suatu bentuk struktur kognitif yang melibatkan transformasi mental atau fisik objek melalui tindakan, untuk menstimulus siswa yang merasakan objek sebagai bagian

eksternal. Pada tahap aksi terjadi pengulangan fisik atau manipulasi mental dengan menransformasikan objek matematika melalui beberapa cara atau aktifitas yang mendasar pada beberapa algoritma secara eksplisit.<sup>102</sup>

Tahapan berpikir pada tingkat aksi sudah ada pada diri UIM akan tetapi belum merata pada semua soal. Pada soal ke-1 UIM tidak melalui tahapan aksi karena walaupun dapat mengerjakan secara prosedural tetapi UIM belum mampu melakukan proses aljabar dengan baik, sehingga hasilnya belum tepat. Pada soal ke-2 dan ke-3 proses berpikir UIM pada tingkat aksi ditunjukkan melalui aktivitas prosedural dengan memaparkan apa yang telah diketahui dan ditanya dari soal secara eksplisit.<sup>103</sup> Hal ini menunjukkan siswa mampu menangkap dan memahami maksud dari soal. Proses berpikir UIM pada tingkat aksi dalam mengerjakan soal ke-2, dan ke-3 lebih dominan komputasional yaitu mengerjakan soal berdasarkan asumsinya saja tanpa mengaitkan dengan konsep SPLDV.

Selanjutnya, tahapan berpikir tingkat aksi pada ASL sudah ada dalam menyelesaikan soal ke- 2, dan ke-3 karena ASL mampu menyelesaikan soal langkah demi langkah secara prosedural walaupun cara yang digunakan diluar materi SPLDV tetapi ASL mampu menjelaskan hasil pekerjaanya. Pada soal ke-1 proses berpikir ASL belum mencapai tingkat aksi karena selain jawaban yang diperoleh salah langkah-langkah yang digunakan pun diluar konsep

---

<sup>102</sup> Maryono, *Eksplorasi Pemahaman Mahasiswa Mengenai Konsep Keterbagian Bilangan Bulat*. Malang: Universitas Negeri Malang. tesis tidak diterbitkan, Hal.16

<sup>103</sup> Laela Fitriana, *Analisis Pemahaman Siswa Berdasarkan Konsep Limit Fungsi Berdasarkan Teori APOS Ditinjau Dari Gaya Kognitif di kelas XI IPA 2 MAN Rejotangan Tahun Ajaran 2012/2013*, Tulungagung: Skripsi Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan Institut Agama Islam Negeri Tulungagung, 2013

SPLDV, selain itu ASL tidak mampu menjelaskan penyelesaiannya secara logis.

## 2. Interiosasi dari Aksi ke Proses

Berdasarkan pemahaman konsep teori APOS pada tingkat proses ini, ketika suatu aksi diulangi, dan kemudian terjadi refleksi atas aksi yang dilakukan, maka selanjutnya akan masuk ke dalam fase proses.<sup>104</sup> Ditingkat ini terlihat bahwa siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi sudah memahami maksud dari soal, sehingga siswa mampu menyelesaikan soal pada tingkat proses walaupun tidak pada semua soal.

Interiosasi dari aksi ke proses UIM terjadi dalam menyelesaikan soal ke-1 dan ke-3. Pada soal ke-1 ditunjukkan dengan kemampuan UIM dapat menentukan langkah-langkah penyelesaian berdasarkan konsep SPLDV secara terstruktur dengan menggunakan metode substitusi. Pada soal ke-2 jawaban UIM benar tetapi subjek UIM hampir belum mampu mengaitkan jawabannya dengan aturan (teoritis), hanya memberikan alasan berdasarkan apa yang tertulis dalam lembar jawabannya berdasarkan imajinasi dan asumsi semata. Hal ini sesuai dengan indikator berpikir berdasarkan teori APOS pada tingkat proses yang mengatakan Interiosasi merupakan perubahan dari suatu kegiatan prosedural untuk mampu melakukan kembali kegiatan itu dalam mengimajinasikan beberapa pengertian yang berpengaruh terhadap kondisi yang dihasilkan.<sup>105</sup>

---

<sup>104</sup> Ed. Dubinsky, "Using a Theory of Learning in college Mathematics Course", (Newaletter:2000), hal. 11

<sup>105</sup> *Ibid*, hal.12

Sedangkan ASL pada tahapan ini dapat terlihat dalam menyelesaikan soal ke-2, karena ASL mampu menjelaskan prosedur dan langkah-langkah penyelesaian yang digunakan dengan baik, walaupun metode dan cara yang digunakan tidak sesuai dengan konsep Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) tetapi dapat menemukan sebuah penyelesaian secara tepat. langkah-langkah yang digunakan hanya sebatas hal eksternal yang dilakukan dibawah sadar, dan dalam mengerjakan subjek ASL belum melibatkan definisi, sifat-sifat (teorema) yang mendasari tiap langkah pekerjaanya.<sup>106</sup> Hal ini sesuai dengan indikator tahapan berpikir berdasarkan teori APOS pada tingkat proses.

### 3. Enkapsulasi dari Proses ke Objek

Pemahaman tentang sistem persamaan linear dua variabel yang ditunjukkan oleh siswa berkemampuan matematika tinggi masih tergolong rendah. Terlihat pada lembar jawaban siswa dan hasil wawancara yang secara umum belum mampu menerapkan masalah yang berhubungan dengan SPLDV. Pada tingkat enkapsulasi dari proses ke objek bagi siswa yang berkemampuan matematika tinggi sudah ada pada UIM, hal ini terlihat saat wawancara dengan UIM yang tidak hanya mengerjakan secara sebatas prosedural tetapi juga mengetahui definisi dan alasan menggunakan cara tersebut. Hal ini sesuai dengan yang dikatakan Dubinsky bahwa Ketika seseorang mencerminkan pada konsep yang diterapkan pada proses tertentu,

---

<sup>106</sup> Laela Fitriana, *Analisis Pemahaman Siswa Berdasarkan Konsep Limit Fungsi Berdasarkan Teori APOS Ditinjau Dari Gaya Kognitif di kelas XI IPA 2 MAN Rejotangan Tahun Ajaran 2012/2013*, Tulungagung: Skripsi Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan Institut Agama Islam Negeri Tulungagung, 2013

secara totalitas dalam menyelesaikan masalah langkah demi langkah maka individu tersebut telah merekonstruksi proses ini sebagai *objek kognitif*.<sup>107</sup>

#### 4. Skema

Ditingkat skema ini sudah melibatkan tentang masalah kehidupan sehari-hari yang terjadi di sekeliling kita. Penyelesaian dalam soal ini melibatkan pemahaman tingkat aksi, proses, dan objek.<sup>108</sup> Siswa yang sudah mencapai tahap ini yaitu peserta didik yang telah dapat mengkonstruksi suatu koordinasi yang mengaitkan aksi, proses, atau objek yang terpisah untuk menyelesaikan suatu persoalan persamaan linier dua variabel (SPLDV). Atau sudah mampu memahami makna konseptual dari materi persamaan linier dua variabel (SPLDV) serta mengaplikasikannya pada kehidupan sehari-hari. Dari kedua subjek yang berkemampuan matematika tinggi belum mencapai tahap skema karena tidak ada yang mampu mengaitkan 3 tahap berpikir tingkat aksi, proses, dan objek menjadi satu dalam menyelesaikan masalah yang disediakan.

### **B. Proses Berpikir Siswa yang Memiliki Kemampuan Matematika Sedang**

Siswa dengan kemampuan matematika sedang pada penelitian ini mampu menyelesaikan soal 2, dan cukup mampu dalam menyelesaikan soal 1 dan 3. Siswa yang memiliki kemampuan matematika sedang dalam menyelesaikan masalah tidak menggunakan langkah-langkah yang runtut berdasarkan metode SPLDV. Proses dalam mencari penyelesaian masalah terbalik-balik sehingga pada

---

<sup>107</sup> Ed. Dubinsky, “*Using a Theory of Learning in college Mathematics Course*”, (Newaletter:2000), hal. 11

<sup>108</sup> *Ibid*, hal. 11

saat wawancara terlihat ada keraguan dalam menjelaskan tulisan rencana penyelesaian yang telah difikirkannya.. Tahapan berpikir berdasarkan teori APOS siswa yang memiliki kemampuan matematika sedang berada pada tahapan aksi, dan proses.

Berikut pembahasan data proses berpikir siswa yang memiliki kemampuan matematika sedang berdasarkan tahapan teori APOS oleh Dubinsky:

#### 1. Aksi

Pada tahap aksi siswa yang memiliki kemampuan matematika rendah secara umum berpikir secara komputasioanal menyelesaikan soal tidak berdasarkan konsep sistem persamaan linera dua variabel (SPDLV), hanya menggunakan cara dengan menebak berdasarkan asumsi saja. Jadi langkah penyelesaian yang dilakukan hanya hanya berupa tindakan diluar dirinya. Hal ini sesuai dengan apa yang diungkapkan Dubinsky yang mengatakan bahwa “*Aksi* adalah perubahan yang dirasakan oleh individu karena adanya pengaruh dari luar.”<sup>109</sup>

Tahapan berpikir pada tingkat aksi sudah ada pada diri kedua saubjek berkemampuan matematika rendah. TKP berada pada tahapan aksi dalam menyelesaikan soal ke-2 dan ke-3 yang kedua-duanya TKP menyelesaikan hanya sebatas berdasarkan asumsi saja, dan tidak dapat menjelaskan langkah penyelesaiannya secara logis. Sedangkan FRJ berada pada tingkat aksi pada semua soal, FRJ mampu mengerjakan secara prosedural dari semua soal

---

<sup>109</sup> Ed. Dubinsky, “*Using a Theory of Learning in college Mathematics Course*”, Newaletter, hal. 11

denga baik tetapi belum bisa menjelaskan dan memberi alasan atas jawaban yang dituliskanya.

## 2. Interiosasi dari Aksi ke Proses

Berdasarkan pemahaman konsep teori APOS pada tingkat proses ini, ketika suatu aksi diulangi, dan kemudian terjadi refleksi atas aksi yang dilakukan, maka selanjutnya akan masuk ke dalam fase proses.<sup>110</sup> Ditingkat ini terlihat bahwa siswa yang memiliki kemampuan matematika sedang belum begitu memahami maksud dari soal, sehingga siswa mampu menyelesaikan soal pada tingkat proses walaupun tidak pada semua soal. Hal ini ditunjukkan ketika sesi wawancara siswa yang memiliki kemampuan matematika sedang dengan mengulangi aksi berdasarkan lembar jawaban siswa belum mampu menjelaskan jawaban dan langkah penyelesaiannya secara logis berdasarkan konsep SPLDV.

Dari tiga subjek siswa yang memiliki kemampuan matematika sedang, yang mampu berada pada tingkat proses adalah dua siswa, yaitu APM dan ECN. APM dalam menyelesaikan soal ke-2 dan ke-3 sudah mampu memahami soal secara baik, hal ini ditunjukkan APM mampu menyelesaikan soal dengan benar dan mampu menjelaskan dan memeberi alasan dengan baik. Walaupun belum mampu mengaitkan jawabanya dengan aturan (teoritis), hanya memberikan alasan berdasarkan apa yang tertulis dalam lembar jawabanya berdasarkan imajinasi dan asumsi semata. Hal ini sesuai dengan indikator berpikir berdasarkan teori APOS pada tingkat proses yang

---

<sup>110</sup> *Ibid*, hal. 11

mengatakan Interiosasi merupakan perubahan dari suatu kegiatan prosedural untuk mampu melakukan kembali kegiatan itu dalam mengimajinasikan beberapa pengertian yang berpengaruh terhadap kondisi yang dihasilkan.<sup>111</sup>

Selanjutnya ECN berada pada tahapan proses dalam menyelesaikan soal ke-1. Pada tahapan ini ECN sudah mampu berpikir secara semikonseptual berdasarkan konsep SPLDV. ECN bisa menjelaskan setiap langkah penyelesaiannya berdarakan konsep SPLDV, akan tetapi ECN aktivitas yang dilakukannya hanya dilakukan dalam pikiran tanpa benar-benar mengerjakan semua tahapan- tahapan pekerjaan, sehingga masih ada kesalahan dalam proses aljabar. Berdasarkan indikator berpikir teori APOS ECN berada pada tahapan berpikir tingkat proses.

### 3. Enkapsulasi dari Proses ke Objek

Enkapsulasi proses menentukan nilai kedua variabel ditunjukkan jika peserta didik tersebut mampu menjelaskan hubungan antara variabel satu dengan lainnya sehingga bisa menentukan nilai keduanya. Dalam tahap ini, menurut kerangka teori APOS, peserta didik sudah mampu menjelaskan makna konseptual persamaan linier dua variabel.<sup>112</sup> Berdasarkan pengertian tersebut maka dapat dinyatakan dalam beberapa indikator siswa yang berada pada tahapan objek yaitu siswa mampu memberi alasan pekerjaannya berdasarkan definisi, sifat, theorema, dalil, dan lain-lain dan proses berpikir pada tahap ini berupa berpikir konseptual. Berdasarkan beberapa indikator

---

<sup>111</sup> *Ibid*, hal.12

<sup>112</sup> *Ibid*, hal. 12



tersebut siswa dengan kemampuan matematika sedang belum ada yang mampu berada pada tahapan objek.

#### 4. Skema

Skema adalah kumpulan aksi, proses, objek, dan mungkin skema lain yang dihubungkan dengan beberapa prinsip umum untuk membentuk kerangka berpikir siswa dalam menyelesaikan konsep yang berhubungan dengan materi sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Jadi untuk mencapai tahapan skema harus mampu mengaitkan ketiga tahapan sebelumnya yaitu aksi, proses, dan objek sedangkan berdasarkan tabel 4.5 siswa yang memiliki kemampuan matematika sedang, belum ada subjek yang mampu mencapai ketiga tahapan tersebut dan mengaitkannya dalam suatu skema.

#### 5. Proses Berpikir Siswa yang Memiliki Kemampuan Matematika Rendah

Siswa dengan kemampuan matematika rendah pada penelitian ini mampu menyelesaikan soal 2 dan 3, dan cukup mampu dalam menyelesaikan soal 1. Siswa yang memiliki kemampuan matematika sedang dalam menyelesaikan masalah tidak menggunakan langkah-langkah yang runtut berdasarkan metode SPLDV. Proses dalam mencari penyelesaian masalah kurang logis hanya sekedar menggunakan asumsi sehingga proses berpikir siswa yang memiliki kemampuan matematika rendah cenderung komputasioanl. Tahapan berpikir berdasarkan teori APOS siswa yang memiliki kemampuan matematika rendah secara keseluruhan berada pada tahapan aksi.

Berikut pembahasan data proses berpikir siswa yang memiliki kemampuan matematika sedang berdasarkan tahapan teori APOS oleh Dubinsky:

#### 1. Aksi

Pada tahap aksi siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi secara umum menyelesaikan soal tidak berdasarkan konsep sistem persamaan linera dua variabel (SPDLV), hanya menggunakan cara dengan menebak berdasarkan asumsi saja. Jadi langkah penyelesaian yang dilakukan hanya hanya berupa tindakan diluar dirinya. Hal ini sesuai dengan apa yang diungkapkan Dubinsky yang mengatakan bahwa “*Aksi* adalah perubahan yang dirasakan oleh individu karena adanya pengaruh dari luar.”<sup>113</sup>

Tahapan berpikir pada tingkat aksi sudah ada pada diri APM dalam menyelesaikan soal ke-2, hal ini ditunjukkan dengan hasil wawancara APM mampu menjelaskan prosedur penyelesaiannya walaupun belum runtut tanpa menggunakan konsep SPLDV.

Selanjutnya, tahapan berpikir tingkat aksi pada AVP sudah ada dalam menyelesaikan soal ke-1 dan ke-2. Tahapan aksi dalam menyelesaikan soal ke-1 AVP belum mampu menyebutkan apa yang diketahui dan ditanya secara prosedural nampak AVP belum dapat menyebutkan persamaan secara lengkap, tetapi mampu menjelaskan langkah penyelesaiannya secara prosedural walaupun belum runtut. Sedangkan dalam menyelesaikan soal ke-2 tahapan aksi ditunjukkan bahwa AVP mampu menyebutkan apa yang diketahui dan apa yang ditanya secara prosedural. Akan tetapi belum mampu

---

<sup>113</sup> Ed. Dubinsky, “*Using a Theory of Learning in college Mathematics Course*”, Newaletter, hal. 11

memahami soal dengan baik, AVP menerima soal secara mentah tanpa berpikir secara konseptual.

Subjek ketiga adalah ECN, tahapan aksi sudah ada dalam diri ECN dalam menyelesaikan semua soal. Secara keseluruhan ECN mampu menyelesaikan soal dengan cukup baik, tahapan aksi ditunjukkan ketika wawancara ECN bisa mengerjakan soal dan bisa menjelaskan hasil pekerjaannya.

## 2. Interiosasi dari Aksi ke Proses

Interiosasi merupakan perubahan dari suatu kegiatan prosedural untuk mampu melakukan kembali kegiatan itu dalam mengimajinasikan beberapa pengertian yang berpengaruh terhadap kondisi yang dihasilkan. Dengan kata lain, apabila aksi dilakukan secara berulang dan dilakukan refleksi atas aksi itu, maka aksi-aksi tersebut telah diinteriosasikan menjadi suatu proses.<sup>114</sup> Dalam tahapan ini siswa yang memiliki kemampuan matematika rendah belum mampu melakukan kembali jawaban dan penyelesaiannya dalam mengimajinasikan pengertian tersebut dalam suatu penjelasan dan alasan yang logis. Dengan dilakukan suatu refleksi dalam sesi wawancara siswa yang berkemampuan rendah belum mampu mengaitkan penyelesaiannya dengan konsep SPLDV sehingga tidak memenuhi indikator tingkatanberpikir pada tahap proses.

## 3. Enkapsulasi dari Proses ke Objek

Enkapsulasi proses menentukan nilai kedua variabel ditunjukkan jika peserta didik tersebut mampu menjelaskan hubungan antara variabel satu

---

<sup>114</sup> *Ibid*, hal. 12

dengan lainnya sehingga bisa menentukan nilai keduanya. Dalam tahap ini, menurut kerangka teori APOS, peserta didik sudah mampu menjelaskan makna konseptual persamaan linier dua variabel.<sup>115</sup> Berdasarkan pengertian tersebut maka dapat dinyatakan dalam beberapa indikator siswa yang berada pada tahapan objek yaitu siswa mampu memberi alasan pekerjaannya berdasarkan definisi, sifat, theorem, dalil, dan lain-lain dan proses berpikir pada tahap ini berupa berpikir konseptual. Sedangkan pada tahapan ini siswa dengan kemampuan rendah belum bisa mengaitkan dengan teori dan konsep SPLDV sehingga tidak memenuhi indikator tingkatanberpikir pada tahap proses.

#### 4. Skema

Skema adalah kumpulan aksi, proses, objek, dan mungkin skema lain yang dihubungkan dengan beberapa prinsip umum untuk membentuk kerangka berpikir siswa dalam menyelesaikan konsep yang berhubungan dengan materi sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Jadi untuk mencapai tahapan skema harus mampu mengaitkan ketiga tahapan sebelumnya yaitu aksi, proses, dan objek sedangkan berdasarkan tabel 4.5 siswa yang memiliki kemampuan matematika rendah hanya mampu mencapai pada tahapan proses dan objek sehingga otomatis tidak mencapai pada tahapan skema.

---

<sup>115</sup> *Ibid*, hal. 12